

Modelagem das equações telegráficas presa-predador em meio fluido

Juniormar Organista¹
 Eliandro Rodrigues Cirilo²
 Neyva Maria Lopes Romeiro³
 Paulo Laerte Natti⁴

Centro de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, UEL, Londrina, PR

1 Introdução

Muitos problemas que abordam a interação entre populações são modelados por meio de EDP's, tais equações são mais conhecidas como Equações Presa-Predador. Neste trabalho nosso objetivo é explicitar um modelo aprimorado das Equações Predador-Presa que contemple o fenômeno de retardo e que as populações estejam sob a influência de um fluido circundante. O retardo é deduzido da equação telegráfica e a influência do fluido circundante vem da dinâmica dos fluidos. Da interações entre os modelos hidrodinâmico e Predador-Presa surge o modelo Reativo - Difusivo - Telegráfico.

2 Modelo matemático

O modelo em estudo é dado pelas equações: Navier-Stokes, pressão e presa/predador a seguir. Os termos fontes da presa e do predador são, respectivamente, $F_1 = a_1 S_1 - b_1 S_1^2 - c_1 S_1 S_2$ e $F_2 = -a_2 S_2 + c_2 S_1 S_2$. A variável t é o tempo e x o espaço.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uu) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{\partial^2}{\partial x^2}(uu) + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \tau_j \frac{\partial^2 S_j}{\partial t^2} + \tau_j \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial}{\partial x}(S_j u) \right) + \left[1 - \tau_j \frac{\partial}{\partial S_j} F_j(S_1, S_2) \right] \frac{\partial S_j}{\partial t} = \\ - \frac{\partial}{\partial x}(S_j u) + D_j \frac{\partial^2 S_j}{\partial x^2} + F_j(S_1, S_2), \quad j \in \{1, 2\} \end{aligned} \quad (3)$$

¹juniormarorganista@gmail.com

²ercirilo@uel.br

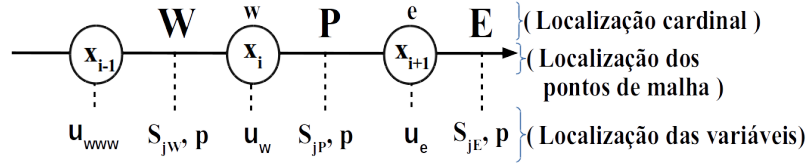
³nromeiro@uel.br

⁴plnatti@uel.br

São dadas ainda as constantes a_j, b_j, c_j, D_j , e as populações presa/predador $S_j(x, t)$, com $j \in \{1, 2\}$. Os termos τ_1 e τ_2 são parâmetros de relaxação da presa e predador, respectivamente. Finalmente, u é a velocidade, p a pressão, ρ a densidade e μ a viscosidade do fluido.

3 Modelo numérico preliminar

Consideremos a malha discreta dada pelos pontos $x_i = (i - 1)\Delta x, i = 1, \dots, n$ e $t_k = (k - 1)\Delta t, k = 1, \dots, m$. No nível de tempo $k + 1$ temos abaixo o esboço da malha, e em quais pontos são calculados S_j, u e p . No modelo hidrodinâmico, os campos



de velocidade e pressão serão calculados via o método MAC [1]. Nas equações em (3), fazendo-se aproximações por diferenças finitas em $|_P^{k+1}$ dos tipos: central em $\frac{\partial^2 S_j}{\partial x^2}$, retroativa em $\frac{\partial^2 S_j}{\partial t^2}, \frac{\partial S_j}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial}{\partial x} (S_j u) \right)$ e FOU em $\frac{\partial}{\partial x} (S_j u)$, para $j \in \{1, 2\}$, resulta:

$$\Lambda_j(\tau_j, D_j, \Delta x, \Delta t, u) S_{jE, k+1} + \Phi_j(a_j, b_j, \tau_j, D_j, \Delta x, \Delta t, u, S_j) S_{jP, k+1} + \Upsilon_j(\tau_j, D_j, \Delta x, \Delta t, u) S_{jW, k+1} = \Gamma_1(a_j, b_j, c_j, \tau_j, \Delta x, \Delta t, u, S_1, S_2), \quad j \in \{1, 2\} \quad (4)$$

4 Discussões

Sabemos que o esquema em diferenças finitas é consistente, e o modelo numérico está sendo implementado em Gfortran. Nossa expectativa é quantificar e discutir quanto as populações S_1 e S_2 são afetadas pela interação com o fluido.

Agradecimentos

Agradecimentos a CAPES pelo apoio financeiro fornecido através da bolsa.

Referências

- [1] A. N. D. Barba, Estudo e implementação de esquemas upwind na resolução de um modelo de dinâmica dos fluidos computacional em coordenadas generalizadas, Dissertação de Mestrado em Matemática Aplicada, UEL, (2015).
- [2] V. Mendez, S. Fedotov and W. Horsthemke, Reaction-transport systems: mesoscopic foundations, fronts, and spatial instabilities, Springer Series in Synergetics, Cap. 2, (2010).