

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Introdução à Análise da Reflexão e Refração Óptica: O Problema do Espelho Condicional

Eduardo Matias dos Santos¹

Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Unemat, Sinop, MT

Silvio Cesar Garcia Granja²

Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Unemat, Sinop, MT

1 Introdução

É comum que tentativas de modelagem matemática de fenômenos físicos apresente certo grau de dificuldade, pelo grande número de variáveis presentes. Entretanto, ao se fazerem certas considerações para fins de simplificação é possível obter-se bons resultados parciais, que expliquem estes fenômenos em condições especiais, e a partir daí, pode-se incrementar mais variáveis para se abranger um maior número de casos. Aplica-se este conceito na elaboração de estudo, cujo objetivo futuro é determinar a formação de imagens em uma superfície transparente. Para tanto, constrói-se um sistema controlado que representa a versão simplificada dos casos reais. Considera-se dois ambientes à vácuo, denominados ambiente A e ambiente B , separados por um meio vítreo de espessura e e coeficiente de refração igual ao do vácuo. Nas faces dos ambientes paralelas ao meio vítreo, denominadas superfícies A e B , encontram-se dois emissores de luz, e_1 e e_2 . Busca-se determinar a imagem observada no ponto P , fixado na superfície A , devido aos emissores de luz.

2 Geometria do problema e modelagem física

Em representação cartesiana, define-se o eixo das abcissas como l , tal que o material vítreo se encontra em $l = 0$, a superfície A , em $l = l_1$ e a superfície B em $l = -l_1 = l_2$. Define-se o eixo das ordenadas como h , tal que o emissor e_1 encontra-se em $h_1(l_1, h_1)$ e o emissor e_2 em $h_2(l_2, h_2)$, sendo $h_2 = h_3 + b$. Nomeia-se o primeiro quadrante cartesiano como ambiente A e o segundo quadrante como ambiente B . Os demais quadrantes são desconsiderados. Localiza-se o ponto P no plano da superfície A , em $h = h_3$. Define-se a distância, na superfície A , entre e_1 e P , como $2a$. Em relação a reta normal paralela ao eixo das abcissas. A partir da geometria do problema, pode-se dispor que $\tan \theta = \left(\frac{a}{l_1}\right)$, portanto, $a = l_1 \tan \theta$. tem-se também que $h_1 = h_3 + 2a$. Substituindo as considerações anteriores, tem-se que $h_1 = h_3 + 2l_1 \tan \theta$, na qual a altura do emissor e_1 , h_1 depende

¹sinop@esf-brasil.org

²silvio.granja@unemat.br

da localização do ponto $P(l_1, h_3)$ e do ângulo de inclinação θ . Com o mesmo tratamento em B , $\tan \varphi = \frac{b}{l_1+l_2}$, portanto, $b = (l_1 + l_2) \tan \varphi$. tem-se também que $h_2 = h_3 + b$. Substituindo as considerações anteriores, tem-se que $h_2 = h_3 + (l_1 + l_2) \tan \varphi$, na qual a altura do emissor e_2 , h_2 também depende da localização do ponto $P(l_1, h_3)$ e do ângulo de inclinação φ .

Considera-se que os emissores e_1 e e_2 emitem raios em todas as direções, de maneira difusa. Entretanto, apenas os feixes observados no ponto P é que são relevantes para a análise. Tem-se também que os raios próprios dos emissores adentram também os ambientes opostos, atravessando a placa de vidro. A este fenômeno chama-se refração, quando um feixe passa de um meio para outro. Nestes casos pode ocorrer um desvio na trajetória do feixe, dependendo do coeficiente de refração apresentados pelos meios. Para fins de simplicidade, considera-se o coeficiente de refração do vidro igual ao do vácuo, isto é $n = 1$, para todos os fins, nulo. Os raios emitidos por e_1 são dispersos em todas as direções. Parte destes raios é refratada pelo vidro, adentrando o ambiente B , enquanto outra parte é refletida, retornando em direção à superfície A e incidindo sobre ela. Inclusive, tem-se que uns destes raios incide no ponto P . Os raios emitidos por e_2 , de maneira análoga, parte refrata, seguindo em direção ao ambiente A , enquanto parte, que é refletida pelo vidro, incide por sobre a própria superfície B . Também tem-se que um desses raios refratados incide no ponto P .

Caracteriza-se o ente emitido por e_1 e e_2 como intensidade luminosa I_v , em cd (candelas), sendo I_v a potência luminosa irradiada em determinada direção. Tomando o ambiente A como ponto de partida, tem-se a intensidade luminosa emitida por e_1 como I_a . Como dito anteriormente, uma parte dos raios é refletida pelo vidro, enquanto outra parte é refratada. Pode -se descrever a proporção através dos coeficientes de reflexão (ρ) e refração (τ), tal que, $I_a = \rho I_a + \tau I_a$, com $\rho + \tau = 1$. De forma análoga, $I_b = \rho I_b + \tau I_b$. Pode-se inferir que em dado valor de θ e do ponto P , tem-se definida, com as componentes de e_1 e e_2 , uma imagem, tal que seja a soma da componente refletida de e_1 pelo vidro, com a componente refratada de e_2 , pelo vidro, isto é, $I = \rho I_a + \tau I_b$. Sendo esta a descrição da imagem formada no ponto P , devido aos emissores e sua interação com a placa vítrea. Acrescentando a descrição geométrica, tem-se que

$$I(h_3, \theta) = \rho I_a (h_3 + 2l_1 \tan \theta) + \tau I_b (h_3 + (l_1 + l_2) \tan \theta). \quad (1)$$

Pontua-se que, na equação construída, a formação das imagens depende da luminosidade nos ambientes A e B , bem como dos fatores ρ e τ , que regulam os termos de A e B .

Referências

- [1] H. M. Nussenzveig. *Curso de física básica, volume 4*. Edgard Blücher, São Paulo, 2001.
- [2] H. M. Halliday, R. Resnick and J. Walker. *Fundamentos da Física, volume 4*. LTC, São Paulo, 2009.