

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Escolha Contínua numa Carteira de Markowitz

Felipe M. Gerez¹

Depto. de Eng. Mecânica, Fac. de Engenharia, UNESP, Ilha Solteira, SP

Berenice C. Damasceno²

Depto. de Matemática, Fac. de Engenharia, UNESP, Ilha Solteira, SP

Luciano Barbanti³

Depto. de Matemática, Fac. de Engenharia, UNESP, Ilha Solteira, SP

1 Introdução

O Mercado econômico brasileiro na época atual vem se comportando de maneira mais imprevisível devido a várias questões, mas principalmente ao cenário político instável. Além disso, os perfis de mudança no Mercado têm-se tornado cada vez mais breves, levando-nos a cogitar trocas praticamente instantâneas na proporção dos ativos numa carteira. Por tais motivos o investimento em ações tem ganhado tanta atenção, tornando-se uma excelente alternativa de aplicação.

O objetivo da presente pesquisa inicialmente encontra-se em selecionar ativos que apresentem os maiores níveis de eficiência (mensurados por DEA-CCR) e através da teoria de Markowitz [3] na utilização da média e do desvio padrão (relacionado ao retorno e ao risco, respectivamente) para compor uma carteira otimizada [1]. Depois, com o intuito de maximizar o retorno, utiliza-se do gradiente ∇R_p para encontrar a direção de maior subida do gráfico de R_p , realizando a otimização e o rebalanceamento a cada período estipulado. Finalmente, confrontam-se os retornos com investimentos de renda fixa para estabelecer um parâmetro de eficácia.

Como principal fator de escolha no DEA-CCR, foi utilizada a liquidez dos ativos, uma vez que maior liquidez significa maior facilidade de conversão do ativo em dinheiro e conseqüentemente maior facilidade de realocação da carteira. Serão coletados dados diretamente do banco de dados da BM&FBOVESPA, das ações que compõem o Índice Brasil 50 (IBrX 50), ou seja, as cinquenta ações mais negociadas na Bolsa. Através das cotações históricas, extrai-se as variações mensais dos preços das ações (em porcentagem).

Utiliza-se então a análise envoltória de dados (DEA), uma metodologia que compara a eficiência de uma unidade tomadora de decisão pela sua capacidade de transformar insumos (*inputs*) em produtos (*outputs*) [2]. Entre os modelos de DEA, foi escolhido o

¹felipe.gerez@outlook.com

²berenice@mat.feis.unesp.br

³barbanti@mat.feis.unesp.br

CCR (um modelo em que uma variação dos *inputs* é capaz de produzir uma variação proporcional nos *outputs*). Através da análise DEA-CCR encontra-se o conjunto de ações que vem apresentando maior índice de eficiência em termos da medida risco x retorno dentro do tempo analisado e que irá compor o portfólio teórico de ações.

Com o portfólio de ações determinado, é necessário calcular os pesos utilizados, ou seja, a porcentagem de participação de cada ativo na carteira. Utiliza-se aqui o modelo proposto por Markowitz [3], buscando montar uma carteira eficiente em relação ao risco x retorno, obtendo-se o peso de cada um dos ativos.

O projeto se refere a carteiras com n ativos (onde n é número natural), mas para efeito de descrição consideramos uma carteira P composta de 3 ativos segundo suas proporções (positivas) x , y , $1-x-y$:

$$P = xA + yB + (1 - x - y)C. \quad (1)$$

Deste modo o problema recai no âmbito do \mathbb{R}^2 . De fato, pela definição de média:

$$R_P = xR_A + yR_B + (1 - x - y)R_C. \quad (2)$$

A teoria de Markowitz nos diz que num instante t_0 o retorno

$$\max_{(x,y) \in \gamma_r} R(x,y)(t_0), \quad (3)$$

(onde γ_r é a curva de iso-risco $\sigma_P(x,y) = r$) é dado através do método de maximização por multiplicadores de Lagrange. Sabendo a porcentagem que será adquirida de cada ação, monta-se então a carteira teórica de ações, partindo-se de uma quantia inicial teórica de capital. Neste trabalho o rebalanceamento do portfólio é trabalhado no caso contínuo. Desta forma, temos a composição da carteira dada por:

$$P(x(t), y(t)) = P(t) = x(t)A + y(t)B + (1 - x(t) - y(t))C. \quad (4)$$

Tomando $R_P: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ temos pelo Cálculo que fixados $x_0 = x(t_0)$ e $y_0 = y(t_0)$, a direção de maior subida sobre o Graf R_P em cada ponto $(x_0, y_0, R_P(x_0, y_0))$ é $\nabla R_P(x_0, y_0)$. Considerando o processo em $t > t_0$ com o objetivo de maximização do retorno em P teremos uma equação a derivadas parciais com solução $x(t; t_0, x(t_0))$, $y(t; t_0, y(t_0))$.

Ao final, é possível então analisar os retornos da carteira comparando-a com investimentos de renda fixa, concluindo em que medida o estudo foi bem sucedido na seleção, composição e balanceamento da carteira de ações.

Referências

- [1] B. C. Damasceno, B. P. N. Macedo, E. S. Vidal, Modelos Estatísticos Para a Composição de Uma Carteira de Investimentos. In *Anais do Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional (XXXII CNMAC)*, Cuiabá, Mato Grosso, Brasil, 2009.
- [2] A. L. M. Lopes, M. V. A. Lima, A. Dutra, E. A. Lanzer, DEA Investment Strategy in the Brazilian Stock Market, *NY. XXXI EnANPAD*, Rio de Janeiro, 2007.
- [3] H. Markowitz, *Portfolio Selection*, J. Finance, 7:77-91, 1952.