

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

## Um modelo de otimização multiobjetivo com influência da pluviosidade no controle do mosquito da dengue

Amália Soares Vieira de Vasconcelos<sup>1</sup>

Rodrigo Tomás Nogueira Cardoso<sup>2</sup>

José Luiz Acebal Fernandes<sup>3</sup>

Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional - Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, CEFET, Belo Horizonte, MG

**Resumo.** Atualmente, a dengue é a principal arbovirose que acomete o ser humano. Dada a inexistência de alguma vacina preventiva eficiente é necessário combater o mosquito transmissor da doença para conter o crescente número de casos no país. Este trabalho visa estudar o efeito da aplicação de inseticidas e/ou larvicidas durante o verão, considerando um modelo de otimização multiobjetivo que leva em conta a influência da pluviosidade, com o objetivo de minimizar a população de mosquitos bem como o tempo de aplicação, uma vez que os custos financeiro e social para a aplicação de controle são consideráveis. Foi utilizado o algoritmo genético NSGA-II para as simulações computacionais e a obtenção do conjunto Pareto ótimo. Aplicando as duas estratégias de controle propostas, o controle degrau concomitante e o controle decrescente concomitante, observou-se a diminuição do número de mosquitos *Aedes aegypti* ao longo do tempo, conseguindo uma estimativa do esforço que deve ser feito para controlar o vetor e, assim, as doenças que ele transmite.

**Palavras-chave.** Otimização Multiobjetivo, Algoritmos Genéticos, Controle da Dengue

### 1 Introdução

No ano de 2015 foram 1.649.008 casos de dengue confirmados no Brasil pelo Ministério da Saúde [1] e este número pode continuar crescendo ano após ano caso o principal vetor da doença, o mosquito *Aedes aegypti*, não seja combatido. Infelizmente ainda não há uma vacina preventiva de sucesso acessível aos brasileiros e, por este motivo, a única forma de evitar novos casos de dengue e as outras doenças que o mosquito pode transmitir (*e.g.*, zika e chikungunya), é eliminando seus criadouros.

Diante deste cenário, este trabalho propõe um estudo multiobjetivo para verificar a quantidade mínima de inseticidas para controle do vetor que deve ser aplicada no menor tempo possível, otimizando os custos financeiros envolvidos com a aquisição de inseticidas, custo com pessoal (*e.g.*, agentes comunitários de combate a dengue) e custo social

---

<sup>1</sup>amaliasv@hotmail.com

<sup>2</sup>rodrigoc@des.cefetmg.br

<sup>3</sup>acebal@dppg.cefetmg.br

(tratamento de doentes). Para isso, um modelo matemático foi utilizado levando em consideração a dependência de dados da pluviosidade de uma determinada cidade, no caso Lavras - Minas Gerais, uma vez que diversos trabalhos (*e.g.*, [2, 3]) sugerem que o crescimento da população do mosquito *Aedes aegypti* varie conforme os índices pluviométricos.

O modelo matemático utilizado neste trabalho é descrito na Seção 2. O foco principal é estudar a otimização do controle das fêmeas pós-repasto sanguíneo, que são as únicas capazes de transmitir o vírus da doença. O sistema dinâmico é uma das restrições do problema multiobjetivo estudado, que é abordado na Seção 3. Os resultados são discutidos na Seção 4 e, finalmente, a conclusão deste trabalho é apresentada na Seção 5.

## 2 Modelo Matemático

O modelo matemático entomológico utilizado foi o proposto por [2], que considera quatro populações do mosquito *Aedes aegypti*: a população de ovos (E) e a população aquática de larvas e pupas (A), que formam a fase imatura ou alada; a população de fêmeas pré-repasto sanguíneo (F1) e a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo (F2), que formam a fase adulta, conforme a Equação (1).

$$\begin{cases} \frac{dE}{dt} = \phi(p) \left(1 - \frac{E}{C(t)}\right) F_2 - \sigma_A(p)E - \mu_E(p)E - c_E(t)E \\ \frac{dA}{dt} = \sigma_A(p)E - \gamma(p)A - \mu_A(p)A - c_A(t)A \\ \frac{dF_1}{dt} = \gamma(p)A - \beta(p)F_1 - \mu_{F_1}(p)F_1 - c_{F_1}(t)F_1 \\ \frac{dF_2}{dt} = \beta(p)F_1 - \mu_{F_2}(p)F_2 - c_{F_2}(t)F_2 \end{cases} \quad (1)$$

em que:

- $C$ : capacidade do meio;
- $\phi$ : taxa de oviposição intrínseca por unidade de fêmeas acasaladas férteis;
- $\gamma$ : taxa por unidade de indivíduo em que o vetor passa da população aquática para a população de fêmeas pré-repasto sanguíneo;
- $\beta$ : taxa por unidade de indivíduo com que fêmeas pré-repasto sanguíneo transformam em fêmeas pós-repasto sanguíneo;
- $\sigma_A$ : taxa por unidade de indivíduo com que os ovos passam para a fase aquática;
- $\mu_E, \mu_A, \mu_{F_1}, \mu_{F_2}$ : taxas por unidade de indivíduo que morre naturalmente em cada população;
- $c_E, c_A, c_{F_1}, c_{F_2}$ : taxas por unidade de indivíduo que morre adicionalmente por causa do controle em cada população.

Os parâmetros  $C, c_E, c_A, c_{F_1}$  e  $c_{F_2}$  variam no tempo e os parâmetros  $\phi, \sigma_A, \gamma, \beta, \mu_E, \mu_A, \mu_{F_1}$  e  $\mu_{F_2}$  variam conforme a pluviosidade da cidade. O estudo qualitativo do modelo foi amplamente discutido por [2], bem como os pontos críticos triviais e não triviais. A lei

de potência que os parâmetros obedecem pode ser verificada com maior clareza em [3]. A Tabela 1 apresenta os valores adotados para os parâmetros do modelo. Os dados de pluviosidade da cidade de Lavras - MG foram disponibilizados por [2].

Tabela 1: Parâmetros do modelo.

Parâmetro	(Valor mínimo - máximo)	Parâmetro	(Valor mínimo - máximo)
$C$	100 - 100 dias <sup>-1</sup>	$\mu_E$	0,01 - 0,01 dias <sup>-1</sup>
$\phi$	0,56 - 11,2 dias <sup>-1</sup>	$\mu_A$	0,164 - 0,164 dias <sup>-1</sup>
$\gamma$	0,06 - 0,16 dias <sup>-1</sup>	$\mu_{F_1}$	0,043 - 0,17 dias <sup>-1</sup>
$\beta$	0,2 - 0,2 dias <sup>-1</sup>	$\mu_{F_2}$	0,057 - 0,17 dias <sup>-1</sup>
$\sigma_A$	0,01 - 0,5 dias <sup>-1</sup>	$c_E, c_A, c_{F_1}, c_{F_2}$	Via otimização

### 3 Otimização Multiobjetivo

Os problemas de otimização multiobjetivo são conhecidos por buscarem simultaneamente a otimização de mais de uma função objetivo geralmente conflitantes, já que não existe um único ponto mono-objetivo capaz de otimizar todas as funções ao mesmo tempo. Levando em consideração que, neste caso, a melhoria de uma função impacta diretamente em outra, ocorre uma relação de perda e ganho [4].

Assim, ao final do processo de otimização multiobjetivo um conjunto contendo todas as soluções não-dominadas é produzido, conhecido como conjunto Pareto-ótimo. Cabe ao tomador de decisão escolher, a partir do conjunto gerado, qual é a solução mais adequada considerando o efeito benéfico ou não em cada função objetivo.

A função objetivo deste trabalho, Equação (2), procura minimizar o custo com o controle tanto nas fases pré e pós-repasto sanguíneo, quanto nas fases imaturas, bem como o custo social, assim como em [5]. Desta forma, a aplicação de controle é feita de forma simultânea nas fases alada e adulta.

$$\begin{cases} \min J_1(u, t) = \frac{1}{2}(c_1 u_1^2 t_1 + c_2 u_2^2 t_2) \\ \min J_2(u, t) = \frac{1}{2}(c_3 \int_1^{90} F_2(t))dT \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{sujeito a: } \begin{cases} \text{Sistema dinâmico da Equação(1)} \\ 0 \leq u_1 \leq 1 \\ 0 \leq u_2 \leq 1 \\ 1 \leq t \leq 90 \end{cases} \quad (3)$$

Na equação acima, o domínio das variáveis de decisão é o intervalo de [0,1] por corresponder as possíveis taxas percentuais de aplicação de controle. Como cada estação do ano possui 90 dias de duração, o tempo varia de 1 a 90 dias. Para verificar a eficiência do controle foi utilizada a Equação (4), comparando os resultados com aplicação de controle com as populações do vetor caso nenhum tipo de controle seja aplicado.  $A_c$  e  $A_s$  o

número acumulado de fêmeas pré e pós-repasto sanguíneo com e sem controle, respectivamente. Desta forma,  $\varepsilon$  representa a redução, em percentagem, das fêmeas adultas durante o intervalo de tempo de um ano.

$$\varepsilon = \left(1 - \left(\frac{A_c}{A_s}\right)\right) \times 100 \quad (4)$$

Dois tipos de controle foram utilizados neste trabalho: o degrau concomitante e o decrescente concomitante. O primeiro é caracterizado por realizar a aplicação de inseticidas  $u_1$  durante o tempo  $t_1$  e, simultaneamente, o controle  $u_2$  é aplicado durante o tempo  $t_2$ , com  $t_1$  e  $t_2 \in [1, 90]$ . No tipo de controle decrescente concomitante a aplicação de inseticidas  $u_1$  é realizada durante o tempo  $t_1$  e, simultaneamente, o controle  $u_2$  é aplicado durante o tempo  $t_2$ , diferenciando do tipo de controle anterior pela quantidade de inseticidas aplicada reduzir de forma decrescente ao longo do tempo.

Foram testados dois cenários distintos para o custo com controle e para o custo social. Os cenários 1 e 2 consideram uma variação do custo com inseticidas para as fases imatura e adulta, já que não há conhecimento sobre qual deles é maior, e penalizam o custo social com um valor menor, pois sabe-se que ele é maior que os demais. A Tabela 2 mostra os valores para os cenários obtidos empiricamente.

Tabela 2: Parâmetros de controle utilizados nos cenários.

Cenário	$c_1$	$c_2$	$c_3$
1	10	100	0,01
2	100	10	0,01

O algoritmo genético NSGA-II foi escolhido para a busca de soluções do problema de otimização multiobjetivo deste trabalho, pela facilidade de implementação e por ser bastante conhecido na literatura para busca de soluções eficientes, como em [6]. Existem várias métricas de desempenho para verificar a qualidade de um resultado obtido a partir de um problema multiobjetivo. Para verificar a diversidade entre as soluções não-dominadas obtidas neste trabalho foi utilizada a métrica Spacing, que mede o desvio-padrão das soluções. A S-Metric também foi adotada, pois verifica diversidade e ao mesmo tempo a proximidade com relação a fronteira de Pareto. Quanto maior o valor encontrado for melhor será, pois englobará mais soluções.

## 4 Resultados

A simulação de cada um dos casos estudados foi realizada em um computador com dois processadores Intel® Xeon® CPU E5-2680 0 de 2.7GHz, com memória RAM de 128GB e sistema operacional Windows 7 Ultimate de 64 bits do Centro de Computação Científica do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

A dinâmica das populações do vetor foi obtida por meio do algoritmo de *Runge-Kutta* de quarta ordem (para mais informações verificar [7]), implementado no software MATLAB® versão R2012a (7.14.0.739), com passo ( $\Delta t$ ) = 0,01. Os parâmetros de entrada para o Algoritmo Genético NSGA-II foram obtidos empiricamente, após diversas simulações, conforme a Tabela 3.

Tabela 3: Parâmetros utilizados durante a execução do Algoritmo Genético.

Parâmetros	Valor
Número de gerações	200
Tamanho da população	200
Taxa de cruzamento	90%
Taxa de mutação	5%

Nas figuras a seguir estão representados os resultados encontrados para a estação verão, na qual ocorre o maior número de casos de dengue no Brasil. As Figuras 1a, 1b e 1c demonstram, respectivamente, a dominância dos conjuntos Pareto-ótimos após as execuções do algoritmo e os espaços de decisão nas fases imatura e adulta, considerando a aplicação de controle do tipo degrau concomitante.

Analisando as curvas de dominância da Figura 1a percebe-se que os resultados dos cenários 1 e 2 foram parecidos, mas ainda assim o cenário 2 possui alguns pontos que dominam o cenário 1. Por isso, optou-se por apresentar aqui apenas os resultados do cenário 2.

As Figuras 1b e 1c mostram os resultados encontrados para as quatro variáveis de decisão do problema de otimização, sendo a primeira figura referente à fase imatura e a segunda à fase adulta. A distribuição de controle no espaço de decisão das figuras ficou bem diversa, percorrendo todo o espaço de busca. Cada ponto ótimo encontrado corresponde a um ponto no conjunto não-dominado. Nota-se, nos dois casos, o prevaletimento do tempo de aplicação de controle próximo ao limite superior do problema, com  $t_1$  e  $t_2$  entre 70 e 90 dias. Já a quantidade de inseticidas a ser utilizada variou bastante e também notou-se um acúmulo maior perto do limite superior, principalmente na fase adulta.

As figuras 2a, 2b e 2c demonstram, respectivamente, a dominância dos conjuntos Pareto-ótimos após as execuções do algoritmo e os espaços de decisão nas fases imatura e adulta, considerando a aplicação de controle do tipo decrescente concomitante. Semelhante ao controle degrau concomitante, as curvas de dominância da Figura 2a mostram que os resultados do cenário 2 foram melhores. A distribuição de controle no espaço de decisão das Figuras 2b e 2c percorreu todo o espaço respeitando os limites do problema de otimização restrito. Percebe-se, nos dois casos, a concentração do tempo de aplicação de controle próximo ao limite superior do problema, com  $t_1$  e  $t_2$  entre 70 e 90 dias. A quantidade de inseticidas a ser utilizada variou tanto para a fase imatura quanto para a adulta.

A Figura 3 representa um exemplo de resultado encontrado para as métricas calculadas para a estação verão com controle decrescente concomitante e parece sugerir que há

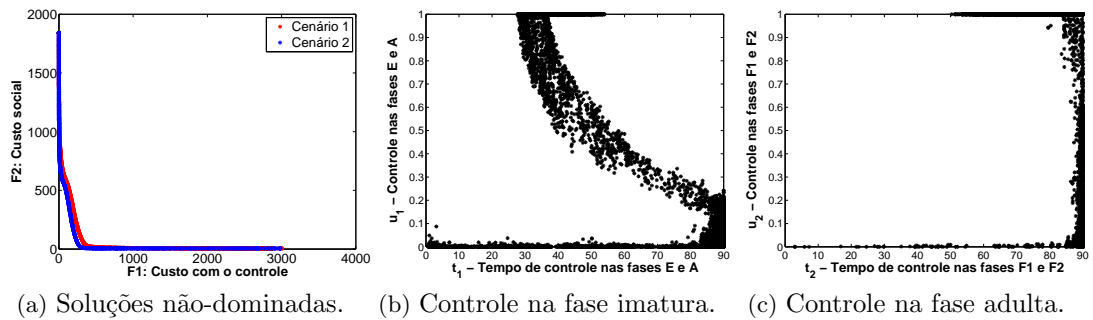


Figura 1: Resultados do controle degrau concomitante durante o verão.

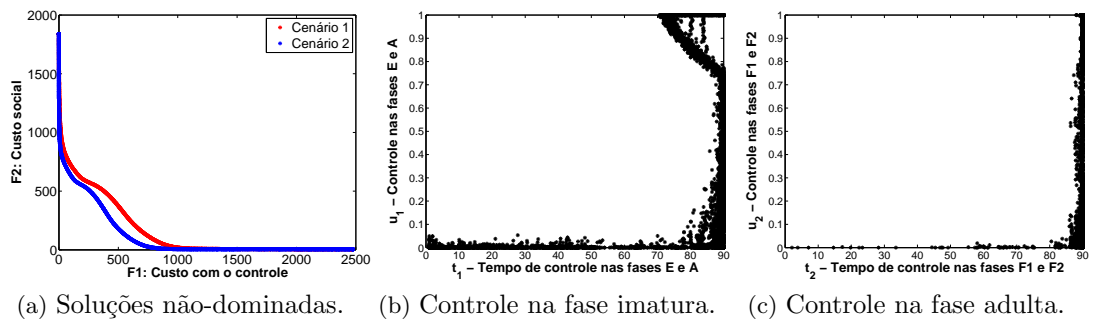


Figura 2: Resultados do controle decrescente concomitante durante o verão.

uma menor variabilidade nos valores da S-Metric nas gerações finais. Da mesma forma, o desvio-padrão foi reduzindo cada vez mais, mostrando a qualidade das soluções encontradas. Apesar da S-Metric apresentar melhores resultados para o cenário 1, a Spacing mostra que as soluções não-dominadas do cenário 2 são melhores, reafirmando a preferência por este cenário. As métricas de desempenho apresentadas refletem a efetividade do algoritmo genético escolhido, capaz de encontrar um conjunto de soluções não-dominadas com qualidade.

## 5 Conclusões

Um modelo matemático entomológico foi utilizado para analisar o comportamento das populações imatura e adulta do mosquito *Aedes aegypti*, após a aplicação ótima de dois tipos de controle com inseticidas e larvicidas. Considerando os custos financeiros e sociais envolvidos, o modelo proposto permite ao decisor a escolha da solução que melhor atende suas necessidades, optando por privilegiar pelo custo social ou pelo custo financeiro. O controle decrescente concomitante é preferível já que sua ação é efetiva no início do processo, de modo a permitir uma redução de sua intensidade ao longo do tempo.

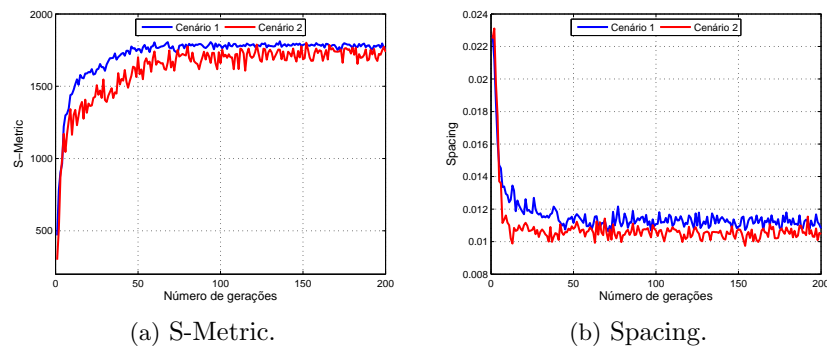


Figura 3: S-Metric e Spacing - controle decrescente concomitante durante o verão.

## Agradecimentos

À FAPEMIG e ao CEFET-MG, pelo apoio financeiro e a todos os colaboradores.

## Referências

- [1] Brasil. Ministério da Saúde, Brasília, DF. *Boletim Epidemiológico*, 2016. Volume 47, número 3.
- [2] L. S. Barsante. Dependência entre pluviosidade e população de fêmeas *Aedes aegypti* grávidas descritas através de um sistema dinâmico não linear. Dissertação de Mestrado em Modelagem Matemática e Computacional, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012.
- [3] F. S. Cordeiro, L. S. Barsante, B. S. Carvalho, R. T. N. Cardoso, Á. E. Eiras, and J. L. Acebal. Towards forecasting the infestation level by dengue vectors based on meteorological forecast. 2015. To appear.
- [4] Kalyanmoy Deb. Prologue; Multi-Objective Optimization. In *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*, chapter 1-2, pages 2–46. John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, USA, 2001.
- [5] F. S. Veríssimo, L. S. Barsante, R. T. N. Cardoso, and J. L. Acebal. Modelagem e controle do *Aedes aegypti* durante as estações do ano através do algoritmo genético. *Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações*, 2015.
- [6] W. O. Dias, E. F. Wanner, and R. T. N. Cardoso. A multiobjective optimization approach for combating *Aedes aegypti* using chemical and biological alternated step-size control. *Mathematical Biosciences*, 269:37–47, 2015. DOI: 10.1016/j.mbs.2015.08.019.
- [7] F. F. Campos Filho. Equações diferenciais ordinárias. In *Algoritmos Numéricos*, chapter 7, pages 323–352. LTC, Belo Horizonte, 2007.