Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 5, N. 1, 2017.

Trabalho apresentado no CNMAC, Gramado - RS, 2016.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Alcateia - Um Novo Algoritmo Para Otimização

Cleber de Almeida Corrêa Junior[1]
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia, Instituto do Noroeste Fluminense de Educação Superior, UFF, Santo Antônio de Pádua, RJ,
Rosilene Abreu Portella Corrêa[2]
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia, Instituto do Noroeste Fluminense de Educação Superior, UFF, Santo Antônio de Pádua, RJ,

Resumo.Técnicas de otimização são objetos de estudo de diversos pesquisadores, visto que determinada técnica pode ser eficiente para um problema e não eficiente para outro. Neste sentido, o desenvolvimento de novos algoritmos para otimização é nescessário, especialmente para os problemas de engenharia. Sendo assim, neste trabalho é apresentado um novo algoritmo para problemas de otimização. Trata-se de uma metaheurística populacional baseada no comportamento dos lobos. Com o intuito de validar o método, são realizados alguns testes para minimização de funções não-lineares conhecidas na literatura, obtendo-se resultados que evidenciam o potencial desta nova técnica para problemas mais complexos.

Palavras-chave. Alcateia, Otimização, Lobos, Funções Não-Lineares, Metaheurística.

1 Introdução

A constante busca humana pelo aperfeiçoamento dos mais variados processos, com o objetivo em alcançar os melhores resultados, defrontam-se, cotidianamente, com a necessidade de se encontrar soluções ótimas, de impor restrições, formalizar as variáveis e objetivos de tal forma que a natureza matemática do problema acaba emergindo. Esse processo de modelagem é o que descreve a semelhança entre a realidade cotidiana e o idealismo dos objetos matemáticos. Ou seja, esse processo de modelagem transcreve as situações do cotidiano em forma matemática com o intuito de observá-la, estudá-la e a aperfeiçoá-la. No contexto supracitado, enquadra-se o presente trabalho.

Sabe-se que as alcateias geralmente são formadas por grupos de 2 a 15 lobos, dependendo do tamanho do seu território, da abundância de comida e de fatores sociais, este número pode ser bem maior, como mostrado em [1, 7], que cita alcateia de 36 membros. Elas possuem uma hierarquia bem definida, assumidas através da postura do lobo, características comportamentais e lutas pela liderança do grupo. Dentro da alcateia há o casal de lobos dominantes o qual são denominados de alfa, os quais são os primeiros a se

[1]cleberacj@id.uff.br
[2]rosileneportella@id.uff.br

alimentar e os únicos que podem se reproduzir dentro da alcateia. Na ordem hierárquica ainda há os lobos betas e os lobos ômegas [6].

Durante a caça, o lobo alfa escolhe qual a presa que será abatida naquele momento. Para realizar essa escolha, o lobo alfa visa ou o animal mais velho ou o mais novo ou aquele que está adoentado, ou seja, o lobo alfa busca a presa ótima.

Quando outro lobo pretende tomar a posição de lobo alfa dentro da alcateia, há uma violenta disputa, sendo caracterizada por luta corporal para a escolha do lobo alfa, o alfa será aquele que vencer a disputa [6]. Essas características das alcateias, como será visto, formam a base para a modelagem matemática e computacional que originou o método neste artigo apresentado.

O grande apelo para utilização do algoritmo Alcateia é a sua capacidade de resolução de problemas com inúmeros mínimos (ou máximos) locais. Esta característica dos problemas, encontrados nas mais diversas aplicações, leva grande parte dos algoritmos de otimização a convergirem em direção a ótimos locais, sendo tais algoritmos altamente dependentes das condições iniciais. São inúmeras as potenciais aplicações práticas do Alcateia, entre elas: Identificação de fontes sonoras, identificação de danos estruturais, minimização de custos, resolução de sistemas não-lineares, etc. Exemplos em identificação de danos estruturais podem ser encontrados em [2, 3].

2 O Método Alcateia

Sejam dados um conjunto $D \subset \mathbb{R}^n$ e uma função $f : \Omega \to \mathbb{R}$, onde $D \subset \Omega$. Este trabalho é dedicado ao desenvolvimento de uma metaheurística para o problema de achar um minimizador (ou maximizador) de f no conjunto D. Podendo, tal problema, ser escrito como:

$$min\, f(x) \quad sujeito\ \ a\ \ x \in D. \tag{1}$$

Ou seja, o problema consiste em encontrar uma solução $\bar{x}$, com $\bar{x} \in D$, tal que $f(\bar{x}) \leq f(x), \forall x \in D$. Para a resolução do problema supracitado, parte-se da característica comportamental do lobo alfa em basear-se em escolhas plausíveis para a captura da presa com o enfoque no sucesso da caça. Durante a execução do método Alcateia, os lobos estão suscetíveis a mudanças hierárquicas, ou seja, a cada momento será nomeado como lobo alfa aquele que escolher a melhor presa, ou seja, a melhor solução durante aquela iteração. Além disso, há o coeficiente de independência, que faz com que os outros lobos tendam a buscar abater a presa que o lobo alfa está indicando, refinando assim a cada iteração a solução encontrada até chegar à solução ótima para o problema proposto.

O número de laços internos é contraído por uma proporção conforme são executados os laços externos.

Simulando o comportamento dos lobos, podemos dizer que a cada laço interno, o lobo, está reposicionando-se no cerco da sua presa, e a cada laço externo o lobo está indo em direção à presa.

A seguir, apresenta-se, na Figura 1, o pseudo-código do algoritmo Alcateia, com passo-a-passo de seu funcionamento: Nota-se que não há no algoritmo um um critério de parada, mas pode-se, de acordo com a aplicação, definir algum critério, não havendo necessidade de realização de todos os laços estipulados. Neste trabalho foi adotado, como critério de parada, que quando a maior componente de Δ for menor do que a tolerância de 10^{-7} a execução do programa é interrompida. Tal comando foi inserido entre as linhas 24 e 25 do psudo-código apresentado.

O algoritmo foi implementado no software Matlab.

```
(1)  Escolha o passo de busca inicial Δ // intervalo [a b]
(2)  Escolha o número de iterações externas Le
(3)  Escolha o número de iterações internas Li
(4)  Escolha o número de lobos Nlobos
(5)  Escolha o coeficiente de contração c
(6)  Escolha a constante de independência id
(7)  Gerar, aleatoriamente, uma solução inicial x0
(8)  para i de 1 até Le faça
(9)  aux ← x0 // variável auxiliar
(10)         para j de 1 até Li faça
(11)                 para k de 1 até Nlobos faça
(12)                         x[:,k] ← x0[:,k] + λk* Δ[:,k] // λ é um vetor de números randômicos entre -1 e 1. * é o produto termo-a-termo de vetores.
(13)                         se f(x[:,k]) < f(x0[:,k]) então
(14)                                 x0[:,k] ← x[:,k]
(15)                                 g[k] ← f(x[:,k])
(16)                         fim se
(17)                 fim para
(18)         fim para
(19) [fxalfa p] ← min(g) //função min(g) retorna a componente de menor valor de g, fxalfa, e sua posição p
(20) xalfa ← x0[:,p];
(21) Li ← Li x (1-c)
(22)         para t de 1 até Nlobos faça
(23)                 x0[:,t] ← (id x x0[:,t] + xalfa)/(id+1)
(24)                 Δ[:,t] ← |x0[:,t] - aux[:,t]|
(25)         fim para
(26) fim para
```

Figura 1: Pseudo-código do Alcateia.

No algoritimo Alcateia, x é uma matriz, onde as colunas $x(:,k)$ representam os lobos. Em outras palavras, $x(:,k)$ são as variáveis que receberão as possíveis soluções ótimas (presas) para os problemas avaliados.

3 Resultados

São apresentaddos alguns experimentos numéricos, realizados em funções conhecidas na literatura (Rosenbrock, Ackley, Eggholder e Drop-Wave), evidenciando a eficiência do algoritmo Alcateia. Para todos os experimentos o algoritmo Alcateia teve a mesma configuração, com excessão do raio da busca inicial $[a, b]$, que varia de acordo com a restrição de domínio de cada função. Tal configuração está apresentada na Tabela 1:

A primeira função analisada foi a de Rosenbroc [5], apresentada na Figura 2,

$$f(x) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (x_1 - 1)^2, \tag{2}$$

DOI: 10.5540/03.2017.005.01.0475

Tabela 1: Configuração utilizada para o algoritmo alcateia.

Nome	Constante	Valor
Número de lobos	N_{lobos}	10
Número de variáveis	N_v	2
Coeficiente de contração	c	0.1
Número de laços externos	L_e	100
Número de laços internos	L_i	5000
Tolerância utilizada	tol	10^{-7}
Constante de independência	i_d	4

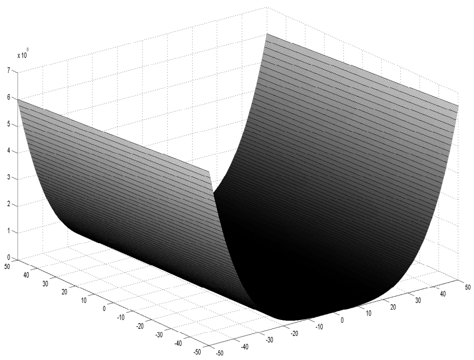

Figura 2: Função de Rosenbroc.

com $-50 \leq x_1, x_2 \leq 50$. Neste caso o raio de busca inicial do Alcateia é o intervalo $[-50, 50]$.

A segunda função analisada foi a de Ackley [5], apresentada na Figura 3,

$$f(x) = -20e^{\left(-0.2\sqrt{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} x_i^2}\right)} - e^{\left(\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} cos(2\pi x_i)\right)} + 20 + e, \tag{3}$$

com $-32 \leq x_1, x_2 \leq 32$. Para esta função o raio de busca inicial do Alcateia é o intervalo $[-32, 32]$.

A terceira função analisada é a de Eggholder [5], vista na Figura 4,

$$f(x) = -(x_2 + 47)\sin\left(\sqrt{|x_2 + \frac{x_1}{2} + 47|}\right) - x_1 \sin\left(\sqrt{|x_1 - (x_2 + 47)|}\right), \tag{4}$$

com $-512 \leq x_1, x_2 \leq 512$. Sendo agora o raio de busca inicial do Alcateia o intervalo $[-512, 512]$.

A última função analisada é a de Drop-Wave [4], apresentada na Figura 5,

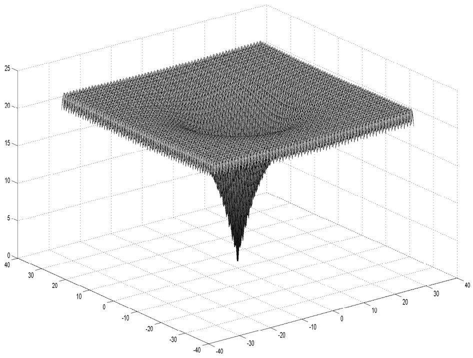

Figura 3: Função de Ackley.

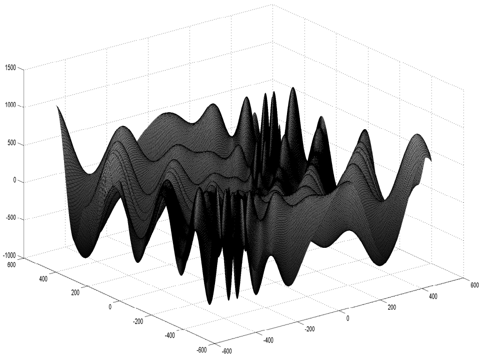

Figura 4: Função de Eggholder.

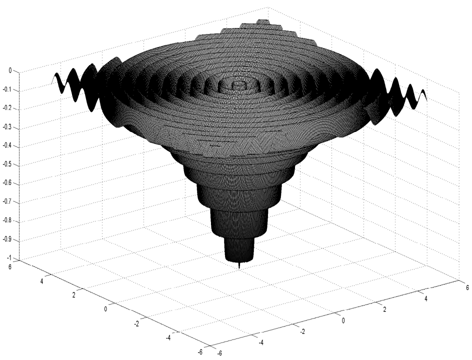

Figura 5: Função Drop-Wave.

$$f(x) = -\frac{1 + cos(12\sqrt{(x_1^2 + x_2^2)})}{0.5(x_1^2 + x_2^2) + 2}, \tag{5}$$

com $-5.12 \leq x_1, x_2 \leq 5.12$. Sendo agora o raio de busca inicial do Alcateia o intervalo $[-5.12, 5.12]$.

Na Tabela 2 são apresentadas, para as funções supracitadas, os pontos de mínimo global (analíticos) e os resultados obtidos pelo alcateia.

Tabela 2: Resultaddos analíticos e via alcateia.

Nome	Mínimo analítico	Mínimo via alcateia
Rosenbroc	$f(1,1) = 0$	$f(1,1) = 0$
Ackley	$f(0,0) = 0$	$f(1.8146 \times 10^{-15}, 0.5378 \times 10^{-15}) = 4.4408 \times 10^{-15}$
Eggholder	$f(512, 404.2319) = -959.6407$	$f(512, 404.2318) = -959.6406$
Drop-Wave	$f(0,0) = -1$	$f(-898.0081 \times 10^{-12}, 617.4371 \times 10^{-12}) = -1$

Para todas as funções supracitadas, o algoritmo alcateia foi executado 50 vezes, com o intuito de uma análise de robustez, encontrando o mínimo global em todas as 50 execuções realizadas para cada função. Evidencia-se assim,conforme apresentam os resultados obtidos para os mínimos das funções testadas, o seu potencial para problemas mais complexos, como os apresentados por [2, 3].

4 Conclusões

O presente trabalho propôs uma nova metaheurística baseada no comportamento dos lobos, a qual obteve ótimos resultados para as funções testadas, evidenciando seu potencial. Como sequência deste trabalho pretende-se avaliar o desempenho do algoritmo Alcateia em relação a busca de ótimos em problemas de contexto multi-objetivo e/ou em problemas de engenharia.

Agradecimentos

Os autores agradecem a Universidade Federal Fluminense pelo apoio concedido.

Referências

[1] L. Boitani and P. Ciucci, Comparative social ecology of feral dogs and wolves. Ethology Ecology & Evolution, volume 7, pages 49–72, 1995. DOI: 10.1080/08927014.1995.9522969

[2] R. A. P. Corrêa, L. T. Stutz, e R. A. Tenenbaum, Identificação de danos estruturais em placas baseada em um modelo de dano contínuo, Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, volume 31, pages 58–64, 2015. DOI: 10.1016/j.rimni.2014.11.004

[3] R. A. P. Corrêa, L. T. Stutz, and R. A. Tenenbaum, The Differential Evolution method applied to continuum damage identification via flexibility matrix. Journal of Sound and Vibration, volume 345, pages 86–102, 2015. DOI: 10.1016/j.jsv.2015.01.049

[4] M. Farahani, S. B. Movahhed and S. F.Ghaderi, A hybrid meta-heuristic optimization algorithm based on SFLA, Proceedings of the 2^{nd} International Conference on Engineering Optimization, Lisboa, Portugal, volume 1, pages 1–8, 2010.

[5] M. Jamil and X. Yang, A literature survey of benchmark functions for global optimization problems, Int. Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimisation, volume 4, No. 2, pages 150–194, 2013. DOI: 10.1504/IJMMNO.2013.055204

[6] L. D. Mech, Alpha status, dominance, and division of labor in wolf packs,Canadian Journal of Zoology, volume 77, pages 1196-1203, 1999. DOI: 10.1139/z99-099

[7] D. W. Smith, R. O. Peterson, and D. B. Houston, Yellowstone after Wolves. BioScience, volume 53, pages 330–340, 2003. DOI: 10.1641/0006-3568(2003)053[0330:YAW]2.0.CO;2

