Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 5, N. 1, 2017.

Trabalho apresentado no CNMAC, Gramado - RS, 2016.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

---

Problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção com preparação dependente da sequência em linhas paralelas e relacionadas

Willy Alves de Oliveira Soler[1]
Intituto de Matemática, UFMS, Campo Grande, MS
Intituto de Ciências Matemáticas e de Computação, USP, São Carlos, SP
Rafael Soares Ribeiro[2]
Intituto de Ciências Matemáticas e de Computação, USP, São Carlos, SP
Maristela Oliveira dos Santos[3]
Intituto de Ciências Matemáticas e de Computação, USP, São Carlos, SP

Resumo. Neste artigo abordamos um problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção em ambientes industriais com múltiplas linhas paralelas de produção que compartilham recursos comuns (por exemplo, máquinas e trabalhadores), onde para cada item existe um conjunto restrito de linhas capaz de produzí-lo. As limitações de recursos impedem a operação simultânea de todas as linhas em cada período do horizonte de planejamento, tornando-se necessário determinar, a cada período, quais as linhas que irão operar, consistindo assim num problema de designação que tem impacto direto no atendimento da demanda. Considera-se tempo e custo de preparação das linhas dependentes da sequência de produção. Neste trabalho um novo modelo matemático de programação inteira mista é apresentado juntamente com testes computacionais a fim mostrar sua utilidade prática e apontar novas direções de pesquisa.

Palavras-chave. Dimensionamento de lotes, Sequenciamento de produção, Programação inteira mista.

1 Introdução

O problema considerado foi inspirado pela análise do sistema produtivo adotado por uma indústria alimentícia (carnes embaladas), onde o sistema de produção adotado ainda não foi explorado na literatura, de modo que, as linhas de produção não são fixas e devem ser montadas de acordo com a necessidade.

A montagem das linhas requer procedimentos como trocas de ferramentas específicas, alocação de trabalhadores, mudanças na disposição física de equipamentos e criação de estações (temporárias) de trabalho. As limitações dos recursos impossibilitam a ativação

[1]willy@usp.com.br
[2]18rafaelr@gmail.com
[3]mari@icmc.usp.br

simultânea de diversas delas. Devido ao elevado tempo consumido para montagem das linhas, é desejável que as linhas sejam abertas somente no início dos períodos. Como para cada produto existe, normalmente, uma única linha capaz de produzí-lo, se faz necessário que (quase) todas as linhas sejam abertas durante o horizonte de planjamento.

Além disso, as máquinas necessitam de ajustes que dependem das características do produto que será produzido, indicando a existência de uma estrutura de tempo (e, consequentemente custo) de preparação dependente da sequência.

Normalmente, os itens são perecíveis e devem ser estocados em ambientes com temperatura monitorada, implicando em relevantes custos de estocagem. Dessa forma, o controle eficiente de estoque é de fundamental importância, uma vez que, níveis baixos podem provocar atrasos indesejáveis no atendimento das demandas e níveis altos de estoque provocam substancial elevação nos custos totais.

O esquema de funcionamento observado nesse ambiente também ocorre em outras indústrias, podendo, o modelo, ser generalizado para outras aplicações. Trata-se, em última análise, de um problema integrado de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção com abertura linhas e com estrututa de tempo e custo de preparação dependente da sequência.

Na Seção 2 apresentamos uma breve revisão da literatura, na Seção 3 descrevemos o problema e apresentamos um novo modelo matemático, enquanto que, na Seção 4 são apresentados testes computacionais que foram realizados com o modelo proposto.

2 Revisão da literatura

Um Problema de Dimensionamento de Lotes - PDL consiste em decidir a quantidade de cada item a ser produzido em cada período de um horizonte de planejamento a fim de atender as demandas e minimizar os custos envolvidos (estoque e preparações). De acordo com [2], um modelo para o PDL não envolve, necessariamente, o sequenciamento dos lotes de produção dentro dos períodos produtivos, de maneira que, normalmente, o problema de sequenciamento é resolvido diretamente no chão de fábrica ou por um modelo separado.

Porém, em sistemas produtivos com estrutura de tempo de preparação dependente da sequência, pode ocorrer que o sequencimento da produção feito no chão de fábrica não seja capaz de cumprir os níveis de produção determinados pela solução do modelo para o PDL, tornando assim, impraticável a solução encontrada. Nesse sentido, um modelo integrado capaz de determinar tanto o tamanho dos lotes de produção, como também, os sequenciamento desses lotes, torna-se potencialmente importante em situações práticas.

Em [2] introduz-se o *General lot sizing and shceduling problem - GLSP* que trata os problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes de maneira integrada considerando uma única máquina sujeita a restrições de capacidade e com demanda determinística e dinâmica que deve ser atendida sem atrasos. O objetivo é minimizar os custos de estoque e os custos de preparação dependente da sequência de produção.

No modelo GLSP, o horizonte de planejamento é dividido em T períodos com tamanhos fixos. Cada período é novamente dividido em micro períodos de tempo sem sobreposição. Permite-se a produção de, no máximo, um produto em cada micro período. Essa estrutura de tempo em dois níveis permite a definição natural do sequenciamento da produção. Aspectos como demanda e custos de estoque são controlados nos macro períodos.

As preparações para trocas de produtos (*setups*) ocorrem sempre no início de cada micro período e a estrutura de tempo/custo de setup é sequência-dependente, isto é, o tempo/custo de preparação para produção de um determinado produto, depende do produto que foi produzido anteriormente. São permitidos micro períodos sem produção e existe conservação da preparação entre micro períodos e entre períodos.

Em [7] o GLSP foi reformulado baseando-se em modelos para o problema de fluxo em redes. Testes computacionais realizados em [3] apontam que a reformulação proposta por [7] é capaz de oferecer melhores limitantes duais.

Em [5] estende-se o GLSP para ambientes com linhas paralelas e heterogêneas (GLSPPL). A ideia central da extensão consiste em considerar cada linha de produção como uma única máquina. No GLSPPL mantém-se os pressupostos iniciais do modelo GLSP e considera-se que os produtos podem ser produzidos alternativamente em qualquer uma das linhas de produção. Nesse sentido, o modelo é capaz de determinar os tamanhos dos lotes de produção, a designação dos lotes às linhas e a sequência de produção dentro de cada uma das linhas, minimizando a soma dos custos de produção, estoque e preparação.

Em [1], o GLSPPL é estendido para o caso em que cada linha deve ser equipada com recursos secundários (ferramentas) que são compartilhados e para a produção de cada produto exige-se a instalação de recursos secundários específicos. O modelo apresentado tem o objetivo de sincronizar a utilização desses recursos entre as diversas linhas.

3 Descrição e modelagem do problema

Nesse artigo, uma extensão do modelo GLSPPL proposto em [5], intitulada *General lot sizing and scheduling problem on parallel related lines* - GLSPPRL, é proposta com o objetivo de considerar o ambiente de produção estudado. Foram consideradas as seguintes características:

1. linhas paralelas e heterogêneas que compartilham recursos, impossibilitando assim, a abertura simultânea de algumas linhas;
2. aberturas de linhas apenas no início de cada (macro) período;
3. demanda determinística e dinâmica;
4. não ocorre preservação da preparação entre (macro) períodos de tempo (as linhas podem ser fechadas no próximo período);
5. aceita-se atrasos no atendimento da demanda com penalização na função objetivo;
6. considera-se itens perecíveis, com diferentes períodos de validade;
7. as demandas devem ser totalmente atendidas até o fim do horizonte de planjemento;
8. estrutura de tempo/custo de preparação dependente da sequência e impactando na capacidade da linha;

DOI: 10.5540/03.2017.005.01.0461

Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 5, N. 1, 2017.

9. preparações completamente realizados dentro de um período;

Os parâmetros e as variáveis utilizadas na descrição do modelo GLSPPRL são apresentado na Tabela 1 e o modelo é definido pelas expressões (1) - (16).

Tabela 1: Parâmetros e variáveis para o modelo GLSPPRL

	Parâmetros
T	Número de períodos
L	Número de linhas de produção
J	Número de produtos
K	Número de recursos
t	$\in \{1,\ldots,T\}$ Índice dos períodos
l	$\in \{1,\ldots,L\}$ Índice das linhas de produção
i,j	$\in \{1,\ldots,J\}$ Índice dos produtos
k	$\in \{1,\ldots,K\}$ Índice dos recursos
d_{jt}	Demanda do produto j no macro período t
C_{lt}	Capacidade (tempo) disponível da linha l no macro período t
a_{lj}	Capacidade (tempo) consumida para produção unitária de j em l
m_{lj}	Lote mínimo de produção do produto j na linha l
h_j	Custo unitário de estocagem do produto j
b_j	Custo unitário de atraso no atendimento da demanda do item j
sc_{lij}	Custo de setup da troca de produção entre i e j na linha l
st_{lij}	Tempo de setup para troca de produção de i para j na linha l
r_{kl}	Quantidade do recurso k necessária para ativação da linha l
R_{kt}	Quantidade disponível do recurso k no período t
sl_j	vida de prateleira - tempo no qual o produto j pode permanecer em estoque
P_l	Conjunto de todos os produtos que são produzidos na linha l
S_{lt}	Conjunto dos micro períodos de tempo da linha l no período t
$S_l^{'}$	Número total de micro períodos da linha l
f_{lt}	Primeiro micro período da linha l no período t
L_j	Conjunto das linhas de produção aptas para produção do item j
	Variáveis
I_{jt}	Estoque do produto j no final do período t
x_{ljs}	Quantidade produzida de j em l e no micro período s
y_{ljs}	(Binária) indica se l está preparada para produção de j em s
z_{lijs}	(Binária) indica se houve troca de produção (i para j) em l no micro período s
δ_{lt}	(Binária) indica se a linha l está em funcionamento no período t
B_{jt}	Atraso do produto j no período t

$$\text{Minimizar} \quad \sum_j \sum_t (h_j I_{jt} + b_j B_{jt}) + \sum_l \sum_i \sum_j \sum_s sc_{lij} z_{lijs} \tag{1}$$

$$\text{Sujeito a} \quad I_{jt} - B_{jt} = I_{j,t-1} - B_{j,t-1} + \sum_l \sum_{s \in S_{lt}} x_{ljs} - d_{jt}, \quad \forall t,j \tag{2}$$

$$\sum_{j \in P_l} \sum_{s \in S_{lt}} a_{lj} x_{ljs} + \sum_{i \in P_l} \sum_{j \in P_l} \sum_{s \in S_{lt}} st_{lij} z_{lijs} \leq C_{lt}, \quad \forall l,t \tag{3}$$

$$x_{ljs} \leq \frac{C_{lt}}{a_{lj}} y_{ljs}, \quad \forall l,s,j \in P_l \tag{4}$$

$$x_{ljs}\geq m_{lj}(y_{ljs}-y_{lj,s-1}), \qquad \forall l,t,j\in P_l, \quad \forall s\in S_{lt}\setminus\{f_{lt}\}, \tag{5}$$
$$x_{ljf_{lt}}\geq m_{lj}y_{ljf_{lt}}, \qquad \forall l,j\in P_l,t \tag{6}$$
$$\textstyle\sum_{j\in P_l} y_{ljs}=\delta_{lt}, \qquad \forall l,t,s\in S_{lt} \tag{7}$$
$$\textstyle\sum_l r_{kl}\delta_{lt}\leq R_{kt}, \qquad \forall k,t \tag{8}$$
$$I_{jt}\leq\textstyle\sum_{\alpha=t+1}^{t+sl_j} d_{j\alpha}, \qquad \forall j,t \tag{9}$$
$$z_{lijs}\geq y_{li,s-1}+y_{ljs}-1, \qquad \forall l,t,i,j\in P_l, \quad s\in S_{lt}\setminus\{f_{lt}\} \tag{10}$$
$$B_{jT}=0, \qquad \forall j \tag{11}$$
$$I_{jt}\geq 0, \quad B_{jt}\geq 0, \qquad \forall j,t \tag{12}$$
$$x_{ljs}\geq 0, \qquad \forall l,j,s \tag{13}$$
$$0\leq z_{lijs}\leq 1, \qquad \forall l,i,j,s \tag{14}$$
$$0\leq\delta_{lt}\leq 1, \qquad \forall l,t \tag{15}$$
$$y_{ljs}\in\{0,1\}, \qquad \forall l,j,s \tag{16}$$

A função objetivo (1) representa a soma dos custos de estocagem, atrasos e preparação dependente da sequência. As restrições (2) são responsáveis pelo balanceamento de estoque, as restrições (3) garantem que o limite de capacidade será respeitado, enquanto que, as restrições (4) garantem que só se pode produzir se a linha estiver preparada para o produto. As restrições (5) obrigam a produção de uma quantidade mínima de itens quando existe troca entre diferentes itens. O grupo de restrições (6) garante que o primeiro lote de cada período é não vazio. O grupo de restrições (7) garante que se a linha não estiver em operação, nenhum produto poderá ser produzido nela. As restrições (8) gerenciam os limites de capacidade de cada recurso. As restrições (9) tratam a perecibilidade dos produtos. O grupo de restrições (10) captura as trocas entre produtos nas linhas. As restrições (11) garantem que a demanda será completamente atendida durante o horizonte de planejamento. As restrições (12) - (16) definem a natureza das variáveis de decisão.

As variáveis δ_{lt} possuem natureza binária, mas podem ser declaradas como contínuas devido aos grupos de restrições (7) e (16).

4 Resultados Computacionais

O modelo proposto neste trabalho foi implementado em linguagem C++ utilizando a ferramenta Concert Technology do *solver* comercial Cplex 12.6. Testes computacionais foram realizados em um nó do Cluster Euler (CeMEAI) equipado com 2 Processadores Intel Xeon E5-268v2 de 2.8 GHz com 10 núcleos e com 128 GB DDR3 1866 MHz de memória RAM. Um limite de tempo de execução foi fixado em uma hora (3600 segundos).

Propomos 20 instâncias que foram geradas conforme as especificações a seguir. Adotamos a notação $U[a,b]$ para indicar que um número inteiro p foi escolhido aleatoriamente com $a\leq p\leq b$.

O tempo de preparação (st_{lij}) foi gerado em $U[15,45]$, o custo de preparação foi fixado em $sc_{lij}=2st_{lij}, \forall l,i,j$, o lote mínimo foi fixado em 2 para todo produto j em toda $l\in L_j$, o custo de estoque (h_j) foi gerado em $U[1,10]$ e o custo de atraso (b_j) foi calculado como $b_j=10h_j, \forall j$. A capacidade de cada linha em cada período foi fixada em 480 minutos e a demanda foi gerada em $U[0,\frac{C_{lt}-15*|S_{lt}|-\varphi^{cap}}{|P_l|}]$, onde $|P_l|$ representa o número de itens

DOI: 10.5540/03.2017.005.01.0461

pertencentes à linha l e φ^{cap} é um parâmetro (positivo) redutor da demanda máxima de cada produto que terá seus valores especificados na Tabela 4.

A quantidade necessária do recurso k para operar a linha l foi gerada em $U[0,2]$ para $k < K$ e em $U[5,10]$ para $k = K$, enquanto que, o número total de recursos disponíveis por período foi calculado como $R_{kt} = \max\{\max_{l}\{r_{kl}\},\ \varphi^k \sum_l r_{kl}\}, \forall k,t,$ onde φ^k é um parâmetro no intervalo $[0,1]$ que representa o nível de incompatibilidade entre as linhas de produção e terá seu valor especificado na Tabela 4. O tempo de perecibilidade foi gerado em $U[4,T]$, onde T é o número de períodos no horizonte de planejamento e o tempo de produção de cada produto por linha (a_{lj}) foi fixado em $a_{lj} = 1, \forall l, j \in P_l$. Para cada produto, designamos aleatoriamente uma única linha de produção capaz de produzí-lo. Os demais parâmetros e os resultados computacionais são apresentados na Tabela 4.

Utilizou-se a seguinte notação na Tabela 4: I - instância, FO - valor da função objetivo, LD - valor do limitante dual, GAP - desvio médio calculado como $\left(GAP = 100\frac{FO-LD}{FO}\right)$ e TP - tempo de processamento.

Tabela 4: Resultados Computacionais

I	T	L	K	J	$\lvert S_{lt}\rvert$	$\varphi^k(k<K)$	φ^K	φ^{cap}	FO	LD	GAP	TP
1	7	4	3	14	3	0,8	0,8	100	24982	24982	0%	49,5
2	7	4	3	14	3	0,8	0,8	100	32737	32737	0%	303,5
3	7	4	3	14	3	0,8	0,8	100	8784	8639	1,65%	3600
4	7	4	3	14	3	0,8	0,8	100	20915	20915	0%	552,2
5	7	4	3	14	3	0,8	0,8	100	14238	14031	1,45%	3600
6	7	5	3	20	4	0,8	0,7	100	25288	23750	6,08%	3600
7	7	5	3	20	4	0,8	0,7	100	32049	30603	4,51%	3600
8	7	5	3	20	4	0,8	0,7	100	48153	47345	1,67%	3600
9	7	5	3	20	4	0,8	0,7	100	28094	25884	7,87%	3600
10	7	5	3	20	4	0,8	0,7	100	18396	16235	11,75%	3600
11	10	10	7	80	8	0,8	0,6	100	78920	40213	49,05%	3600
12	10	10	7	80	8	0,8	0,6	100	93412	41426	55,65%	3600
13	10	10	7	80	8	0,8	0,6	100	109510	44851	59,04%	3600
14	10	10	7	80	8	0,8	0,6	100	94124	33865	64,02%	3600
15	10	10	7	80	8	0,8	0,6	100	136533	34072	75,04%	3600
16	14	10	7	90	8	0,6	0,5	90	306347	65881	78,49%	3600
17	14	10	7	90	8	0,6	0,5	90	395189	72032	81,77%	3600
18	14	10	7	90	8	0,6	0,5	90	489493	78150	84,03%	3600
19	14	10	7	90	8	0,6	0,5	90	841578	71286	91,53%	3600
20	14	10	7	90	8	0,6	0,5	90	1344547	61579	95,42%	3600

A partir dos resultados apresentados na Tabela 4 percebe-se que o modelo foi capaz de resolver 3 instâncias na otimalidade, sendo todas compostas por 4 linhas de produção, um horizonte de planejamento de 7 dias e 14 produtos. Instâncias de teste compostas por 5 linhas de produção apresentaram desvio médio de apenas 6,37%, enquanto que as instâncias compostas por 10 linhas de produção apresentaram desvio médio de cerca de 73,40%. O tempo médio de processamento foi de 1624,04 segundos para instâncias com 4

DOI: 10.5540/03.2017.005.01.0461

linhas de produção e de 3600 segundos para instâncias com 5 ou mais linhas de produção.

Os resultados apresentados na Tabela 4 mostram que o modelo é capaz de fornecer boas soluções para instâncias com até 5 linhas e até 20 produtos, porém não se mostra eficiente em instâncias de grande porte.

5 Conclusões

Neste trabalho um novo modelo de otimização inteira mista foi proposto para um problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com aberturas de linhas de produção e com tempo/custo de preparação dependente da sequência. Instâncias foram propostas e o modelo foi testado num solver comercial (Cplex). Testes indicaram que modelo representa o problema em estudo, porém é ineficiente na solução de instâncias de grande porte, ensejando a necessidade de investigação de métodos de solução e reformulações do modelo.

Agradecimentos

Agradecemos, primeiramente, a Deus pela conclusão deste trabalho. Agradecemos à UFMS e ao ICMC-USP pelo apoio à esta pesquisa.

Referências

[1] C. Almeder and B. Almada-Lobo. Synchronisation of scarce resources for a parallel machine lotsizing problem, *International Journal of Production Research*, 49:7315-7335, 2011.

[2] B. Fleischmann and H. Meyr. The general lotsizing and scheduling problem, *Operations-Research-Spektrum*, 19:11-21, 1997.

[3] L. Guimarães, D. Klabjan, and B. Almada-Lobo. Modeling lotsizing and scheduling problems with sequence dependent setups, *European Journal of Operational Research*, 239:644-662, 2014.

[4] H. Meyr. Simultaneous lotsizing and scheduling by combining local search with dual reoptimization, *European Journal of Operational Research*, 120:311-326, 2000.

[5] H. Meyr. Simultaneous lotsizing and scheduling on parallel machines, *European Journal of Operational Research*, 139:277-292, 2002.

[6] H. Meyr and M. Mann. A decomposition approach for the General Lotsizing and Scheduling Problem for Parallel production Lines, *European Journal of Operational Research*, 229:718-731, 2013.

[7] L. A. Wolsey. MIP modelling of changeovers in production planning and scheduling problems, *European Journal of Operational Research*, 99:154-165, 1997.

