

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Aplicação dos critérios D-ótimo, Determinante do momento e G-eficiência para determinação do experimento ótimo no processo de identificação de danos estruturais

Luciano dos Santos Rangel¹

Isabela Cristina da Silveira e Silva Rangel²

Leonardo Tavares Stutz³

Instituto Politécnico do Estado do Rio de Janeiro, UERJ, Nova Friburgo, RJ

Resumo. Neste trabalho, é utilizado o Projeto Ótimo de Experimentos, sendo considerados os critérios D-ótimo, Determinante do momento e G-eficiência, para determinação do experimento ótimo, que se baseia em indicar o posicionamento ótimo do sensor de deslocamento e a quantidade de dados experimentais a serem utilizados no processo de identificação de danos. Diante dos resultados obtidos, observou-se que esse procedimento contribuiu para a identificação de danos estruturais.

Palavras-chave. Identificação de danos, Resposta impulsiva, Projeto Ótimo de Experimentos, Sensor de deslocamento, Matriz de informação.

1 Introdução

A identificação de danos estruturais e o contínuo monitoramento de estruturas tem despertado o interesse de vários pesquisadores, visto que, estruturas de engenharia estão expostas a processos de deterioração e a ocorrência de dano durante sua vida útil, processos estes, que podem ser provocados por fatores naturais ou pelo homem. Sendo assim, a identificação de danos estruturais num estágio inicial contribuem para a redução dos custos de manutenção e reparo, além de aumentar sua confiabilidade e vida útil.

Nos últimos anos, técnicas de identificação de danos, fundamentadas na resposta dinâmica da estrutura, vem se tornando uma prática utilizada nas indústrias da construção civil, mecânica e aeroespacial [6]. Estas técnicas, de forma geral, são classificadas em três tipos, de acordo com o domínio dos dados utilizados: técnicas no domínio do tempo [2], técnicas no domínio da frequência [5] e técnicas modais [8].

O presente trabalho considera a identificação de danos a partir da resposta impulsiva da estrutura, sendo portanto, uma técnica fundamentada no domínio do tempo. Para a

¹lucianosrangel@yahoo.com.br

²isabelacsilva@yahoo.com.br

³ltstutz@gmail.com

seleção da quantidade de pontos da resposta impulsiva e o posicionamento ótimo do sensor de deslocamento, utilizam-se as métricas relacionadas ao Projeto Ótimo de Experimentos.

Com o objetivo de avaliar as métricas utilizadas para a seleção do Projeto Ótimo de Experimentos, foi realizada a identificação de danos estruturais em uma estrutura do tipo viga de Euler-Bernoulli simplesmente apoiada. Foi utilizado o método de otimização Levenberg-Marquardt (LM) [4], para a resolução o problema inverso de identificação de danos. A partir dos resultados, verificou-se que o Projeto Ótimo de Experimentos contribuiu significativamente para a identificação de danos com elevada acurácia.

2 Modelagem do problema de identificação de danos

Na estratégia de identificação de danos adotada, a integridade da estrutura é considerada como sendo continuamente descrita, no domínio do corpo, por um parâmetro estrutural denominado *parâmetro nodal de coesão* (β) [7]. Este parâmetro está relacionado com a ligação entre os pontos materiais e pode ser interpretado como uma medida do estado de coesão local do material, onde $0 \leq \beta \leq 1$.

Neste trabalho, foi considerado que o dano afeta apenas as propriedades elásticas da estrutura, hipótese comumente adotada na literatura [3]. Deste modo, a matriz de rigidez do Modelo de Elementos Finitos (MEF) da viga pode ser escrita como

$$\mathbf{K}(\beta_h) = \int_{\Omega} \beta(x) E_0 I_0 \mathbf{H}^T(x) \mathbf{H}(x) d\Omega, \quad (1)$$

onde \mathbf{H} é o operador diferencial discretizado, E_0 e I_0 são, respectivamente, os valores nominais do módulo de elasticidade e do momento de inércia de área e β é o campo de coesão no domínio elástico Ω da estrutura. Considerando uma viga de seção transversal retangular e com módulo de elasticidade uniforme, pode-se escrever β como

$$\beta(x) = (h(x)/h_0)^3, \quad (2)$$

onde h_0 e $h(x)$, indicam, respectivamente, a espessura nominal e a espessura da viga na posição x . Portanto, nos nós defeituosos tem-se $h(x)/h_0 < 1$, e nos nós onde não há danos, tem-se $h(x)/h_0 = 1$. A equação de movimento do sistema é dada por

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}(\boldsymbol{\beta})\mathbf{q} = \mathbf{f}, \quad (3)$$

onde \mathbf{q} representa o vetor de coordenadas generalizadas, \mathbf{M} é a matriz de massa, \mathbf{D} é a matriz de amortecimento, $\mathbf{K}(\boldsymbol{\beta})$ é a matriz de rigidez, parametrizada pelo parâmetro de coesão, e \mathbf{f} é o vetor de carregamentos generalizados.

A identificação de danos estruturais utilizando as técnicas fundamentadas no domínio do tempo tem como objetivo a minimização de uma função de erro definida entre os dados experimentais e os previstos pelo MEF da estrutura, sendo este definido como,

$$\min_{\boldsymbol{\beta}} \mathcal{F} = \frac{1}{2} \| \mathbf{y}_E - \mathbf{y}(\boldsymbol{\beta}) \|^2, \quad (4)$$

onde $\mathbf{y}(\boldsymbol{\beta})$ corresponde ao vetor de resposta generalizada previsto pelo modelo da estrutura e \mathbf{y}_E é a resposta da estrutura medida, onde $y_E(t_j)$ representa a resposta amostrada, no instante de tempo t_j e N é o número de amostras no tempo consideradas

$$\mathbf{y}_E = [y_E(t_1) \quad y_E(t_2) \quad \dots \quad y_E(t_N)]^T. \quad (5)$$

O problema de identificação de danos pode ser definido como um problema inverso de estimação de parâmetros, onde, buscam-se identificar os parâmetros físicos do sistema, a partir das informações experimentais da estrutura. No presente trabalho, para a resolução do problema inverso, utilizou-se o algoritmo Levenberg-Marquardt (LM).

3 Projeto Ótimo de Experimentos

Para a determinação do posicionamento ótimo do sensor de deslocamento e da quantidade de dados experimentais a serem utilizados no processo de identificação de danos, considera-se o Projeto Ótimo de Experimentos. Para isso, foi considerada uma viga de aço simplesmente apoiada com 1,46 m de comprimento, $7,9375 \times 10^{-3}$ m de espessura, $7,62 \times 10^{-2}$ m de largura, momento de inércia de área $3,1756 \times 10^{-9}$ m⁴, módulo de elasticidade $2,07 \times 10^{11}$ Pa e massa específica $7,85 \times 10^3$ kg/m³.

A viga foi discretizada em 24 elementos bidimensionais do tipo Euler-Bernoulli, onde cada elemento apresenta dois nós e cada nó possui dois graus de liberdade (GDL) e um parâmetro de coesão. Portanto, a estrutura possui 25 parâmetros nodais de coesão β e, devido às condições de contorno, 48 GDL.

Em todas as simulações é realizada a excitação de impacto a 0,3650 m da extremidade esquerda da viga calculando-se 10 s de resposta impulsiva de deslocamento em intervalos de tempo constantes de 0,001 s, totalizando assim, 10000 amostras no tempo. Para os resultados, avalia-se a resposta impulsiva em três regiões, com uma redução de 10% na espessura relativa da viga, separadamente. As posições escolhidas representam dois danos próximos aos extremos (0,1217 e 1,3383 m) e um na região central (0,7908 m) e algumas posições pré-definidas para a fixação do sensor para obtenção dos sinais temporais.

Nas Tabelas 1 e 2, são apresentas as diferentes posições em metros para a possível fixação do sensor na viga e os N_i primeiros pontos da resposta impulsiva, que serão escolhidos para o processo de identificação de danos, respectivamente.

Tabela 1: Posições do sensor ao longo da viga.

	S1	S2	S3	S4	S5	S6
Posição (m)	0,2433	0,3650	0,4867	0,7300	0,9733	1,2167

Tabela 2: Número de pontos da resposta impulsiva.

	N1	N2	N3	N4	N5
Número de pontos	125	250	500	1000	5000

3.1 Critério D-ótimo

No critério D-ótimo busca-se maximizar o determinante da matriz de informação ($\mathbf{X}^T\mathbf{X}$) [1], onde \mathbf{X} é a matriz de sensibilidade, definida como

$$\mathbf{X} = [\partial\mathbf{y}/\partial\boldsymbol{\beta}]. \tag{6}$$

O determinante da matriz de informação, calculado para as diferentes posições do sensor em função do número de pontos, é apresentado na Figura 1.

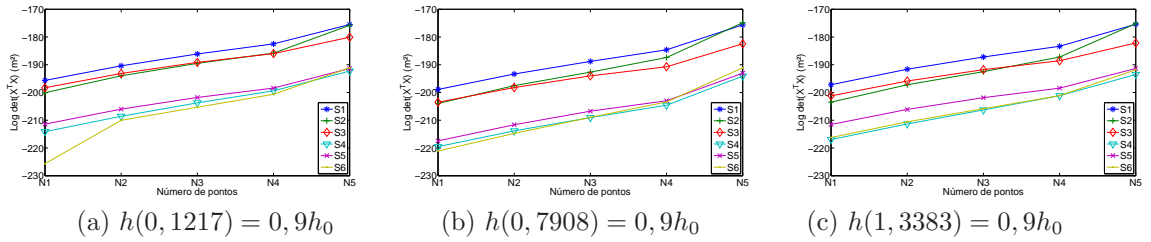


Figura 1: Determinante da matriz de informação para os diferentes cenários de dano.

Considerando a Figura 1, pode-se determinar que em 86% dos casos, os maiores valores do determinante da matriz de informação foram calculados com o sensor S1 e os menores valores foram calculados com os sensores S4 (60% das simulações) e S6 (40% das simulações). Sendo assim, assume-se que a posição ótima para a fixação do sensor na estrutura é a 0, 2433 m da extremidade esquerda da viga, ou seja, a posição do sensor S1.

Após a escolha da posição ótima para a fixação do sensor, busca-se então selecionar o número de dados, para o processo de identificação de danos. Para tal, é utilizado o critério do Determinante da matriz de momento, que, por sua vez, é baseado no critério D-ótimo.

3.2 Determinante do momento

O determinante da matriz de momento possibilita a comparação de projetos que não consideram a mesma quantidade de pontos N , que corresponde ao número de linhas na matriz de sensibilidade \mathbf{X} . A matriz de momento é definida como

$$\mathcal{M} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})/N. \tag{7}$$

A Tabela 3 apresenta os valores do determinante da matriz de momento calculados para diferentes quantidades de pontos da resposta impulsiva e cenários de dano e observa-se que os maiores valores foram calculados utilizando-se 125 pontos da resposta impulsiva da estrutura e os menores valores foram obtidos com 5000 pontos. Portanto, considerando os cenários de dano estudados e que as respostas impulsivas foram medidas a uma taxa de 1 kHz no sensor S1, o conjunto ótimo de dados é aquele que contém 125 pontos, segundo o critério do determinante da matriz de momento.

Pode-se considerar que o experimento ótimo, para um processo de identificação de danos, será aquele em que a resposta impulsiva é medida pelo sensor S1 e uma frequência de 1 kHz e que apenas os 125 primeiros pontos serão utilizados no processo de identificação.

Tabela 3: Determinante do momento da matriz de informação considerando o sensor S1.

Posição do dano	N1	N2	N3	N4	N5
0, 1217 m	$8,54 \times 10^{-249}$	$4,68 \times 10^{-251}$	$2,55 \times 10^{-254}$	$3,25 \times 10^{-258}$	$1,04 \times 10^{-268}$
0, 7908 m	$4,70 \times 10^{-252}$	$5,15 \times 10^{-254}$	$5,39 \times 10^{-257}$	$2,42 \times 10^{-260}$	$8,00 \times 10^{-269}$
1, 3383 m	$2,40 \times 10^{-250}$	$2,72 \times 10^{-252}$	$2,08 \times 10^{-255}$	$4,45 \times 10^{-259}$	$1,33 \times 10^{-268}$

Para fins de análise, o seguinte critério ótimo complementar é considerado: G-eficiência.

3.3 Critério G-eficiência

O critério G-eficiência leva em conta não apenas o número np de parâmetros nodais de coesão do modelo, mas também o número N de pontos da resposta temporal e o maior valor da função de variância d_m [1], podendo ser descrito como

$$G = np / (d_m \cdot N). \tag{8}$$

Na Figura 2, visualiza-se a eficiência G e como pode ser visto, os maiores valores foram calculados utilizando-se 125 pontos e os menores valores com 5000 pontos.

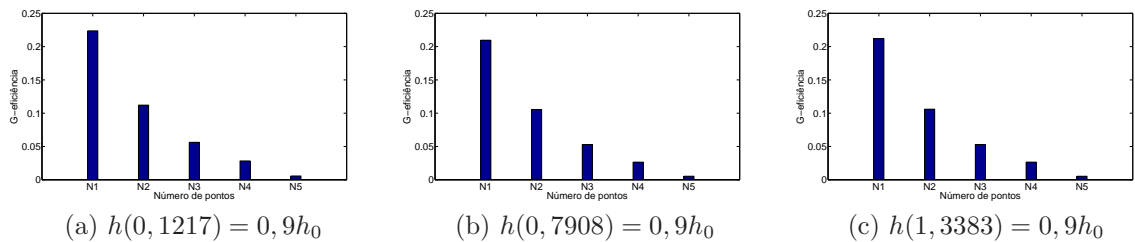


Figura 2: G-eficiência em função da quantidade de pontos na resposta impulsiva.

4 Resultados Numéricos e Discussões

O cenário de dano considerado é composto por duas regiões, definidas por $h(x)/h_0 = 0,9$, nas posições $x = 0,5475$ e $1,2775$ m. O vetor de resposta generalizada da estrutura, obtido a partir do MEF com os valores prescritos dos parâmetros nodais de coesão, representam os dados experimentais sintéticos utilizados no processo de identificação de danos. A esses dados, foi adicionado ruído de distribuição gaussiana, de média nula e desvio padrão determinado indiretamente pela razão-sinal-ruído (SNR), definida como

$$SNR = 10 \log (P_s / P_r), \tag{9}$$

onde P_s e P_r são, respectivamente, a potência do sinal e do ruído. Os casos considerados são apresentados na Tabela 4. No Caso 1 é utilizado os dados do experimento ótimo, ou seja, o sensor S1 e apenas os 125 primeiros pontos. No Caso 2, pretende-se avaliar a influência do posicionamento do sensor na estrutura no processo de identificação de danos, logo é utilizado o sensor que produziu os menores valores para o determinante da matriz de informação nas análises do Projeto Ótimo de Experimentos.

Tabela 4: Casos de estudo.

Caso	SNR (dB)	Sensor utilizado	Número de pontos
1	20	S1	N1
2	20	S4	N1
3	20	S1	N4

Por último, pretende-se avaliar a influência do número de pontos da resposta impulsiva da estrutura utilizada no processo de identificação de danos. Foi considerado o número de pontos que apresentou o segundo menor valor para o determinante do momento com respeito ao vetor de parâmetros nodais de coesão. O resultado da identificação de danos para os três casos, é apresentado na Figura 3, onde são apresentados os campos de danos exatos e estimados.

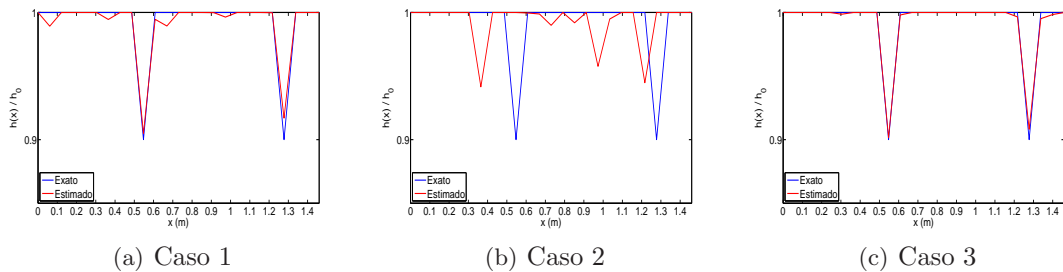


Figura 3: Identificação de danos considerando o método LM.

Na Figura 3(a), como pode ser observada, tanto a localização quanto a intensidade dos danos foram identificados com boa acurácia. Na Figura 3(b) o campo de dano estimado não recupera de forma correta a localização e intensidade do dano. Portanto, pode-se concluir que o posicionamento do sensor interferiu de forma significativa no resultado apresentado pelo método LM. Por último, é apresentado o resultado para o Caso 3, onde tanto a intensidade quanto a localização dos danos foram identificados com acurácia. Para validação dos resultados, foram calculados os erros relativos das seis primeiras frequências naturais, antes e depois da identificação de danos.

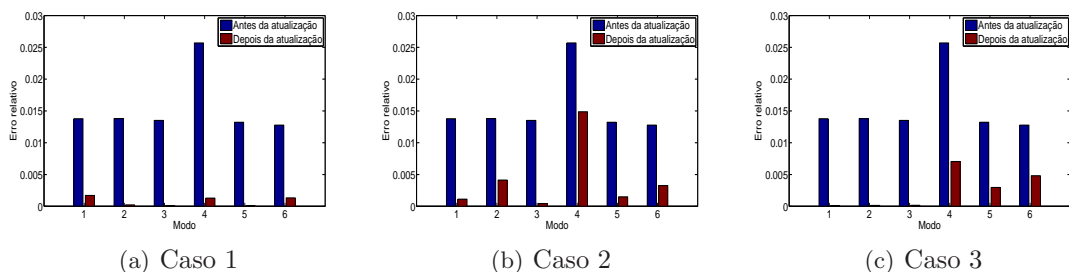


Figura 4: Erros relativos das frequências naturais considerando o resultado do LM.

Os erros relativos das frequências naturais consideradas, diminuiram consideravelmente após a estimação dos parâmetros nodais de coesão, para os Casos 1 e 3, validando assim, o resultado da identificação de danos. Para o Caso 2, não houve redução considerável no erro para a quarta frequência, indicando que esse resultado não é muito confiável.

5 Conclusão

Após análises dos resultados descritos anteriormente, pode-se concluir que, o uso do Projeto Ótimo de Experimentos para a determinação do posicionamento ótimo do sensor de deslocamento, dentre algumas posições pré-definidas, contribuíram significativamente para o processo de identificação de danos aqui abordado, porém, em relação ao número de pontos, este não mostrou interferência em relação à identificação de danos. Entretanto, quando são comparados os erros relativos das frequências naturais dos Casos 1 e 3, onde o Caso 1 utiliza os dados do experimento ótimo, fica evidente que os resultados gerados no Caso 3 são menos confiáveis.

Referências

- [1] P. F. Aguiar, et. al., Tutorial: D-optimal designs. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 30: 199-210, 1995.
- [2] P. Cacciola, N. Maugeri, G. Muscolino, Structural identification through the measure of deterministic and stochastic time-domain dynamic response. *Computers and Structures*, 89: 1812-1819, 2011.
- [3] R. A. P., Correa, Identificação de danos em estruturas bidimensionais via matriz de flexibilidade baseada em um modelo de dano contínuo. Tese (Doutorado em Modelagem Computacional) - Instituto Politécnico, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Nova Friburgo, pages 130, 2013.
- [4] D. W. Marquardt, An Algorithm for the least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of Applied Mathematics*, 11: 431-441, 1963.
- [5] J. V. A. Santos, et. al., Structural damage identification in laminated structures using FRF data. *Composite Structures*, 67: 239-249, 2005.
- [6] J. V. A. Santos, N. M. M. Maia, C. M. M. Soares, Structural damage identification: A survey. In: Topping BHV, Papadrakakis M (Ed.), Trends in computational structures technology, Stirlingshire, Scotland, 2008.
- [7] L. T. Stutz, D. A. Castello, F. A. Rochinha, A flexibility-based continuum damage identification approach. *Journal of Sound and Vibration*, 279: 641-667, 2005.
- [8] A. Tomaszewska, Influence of statistical errors on damage detection based on structural flexibility and mode shape curvature. *Computers and Structures*, 88: 154-164, 2010.