Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 5, N. 1, 2017.

Trabalho apresentado no CNMAC, Gramado - RS, 2016.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Aperfeiçoamento da abordagem híbrida para Métodos de Pontos Interiores

Kelly Cadena Madrid[1]
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP, Campinas, SP
Carla Taviane Lucke da Silva Ghidini.[2]
Faculdade de Ciências Aplicadas, UNICAMP, Limeira, SP
Aurelio Ribeiro Leite de Oliveira[3]
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP, Campinas , SP

1 Introdução

Muitos problemas práticos podem ser formulados como problemas de Programação Linear (PPL), os quais podem ser escritos, na seguinte, forma padrão [1]:

$$\begin{array}{ll} Min & c^t x \\ s.a. & Ax = b \\ & x \geq 0, \end{array} \tag{1}$$

em que $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, posto$(A) = m,\ x \in \mathbb{R}^n,\ c \in \mathbb{R}^n$ e $b \in \mathbb{R}^m$. Entre os vários métodos de pontos interiores que podem ser usados para resolver problemas de programação linear, um dos mais bem sucedidos é o método Preditor-Corretor, desenvolvido por Mehrotra [3], o qual é um método do tipo primal-dual de trajetória central. O passo mais importante desse método, consiste em encontrar as direções preditora e corretora. Para isso, em cada iteração, são resolvidos dois sistemas lineares distintos com a mesma matriz dos coeficientes, resultantes da aplicação do método de Newton às condições KKT do problema na forma (1) [5]. Obter a solução destes sistemas é bastante caro computacionalmente, porém a complexidade computacional pode ser diminuída reduzindo esses sistemas lineares a sistemas de equações normais ou sistemas aumentados e aplicando algum método iterativo apropriado para resolvê-los.

2 Resolução de Sistemas Lineares

Em [2], foi proposta uma abordagem híbrida para solucionar os sistemas lineares oriundos dos métodos de pontos interiores, a qual utiliza o método iterativo gradientes conjugados precondicionado em todas as iterações. Uma vez que tais sistemas são muito

[1]ra098170@ime.unicamp.br
[2]carla.ghidini@fca.unicamp.br
[3]aurelio@ime.unicamp.br

mal-condicionados próximo de uma solução, considerar precondicionadores especialmente adaptados é importante. Por outro lado, os sistemas lineares iniciais não apresentam a mesma característica. Sendo assim, a abordagem híbrida utiliza nas primeiras iterações o precondicionador Fatoração Controlada de Cholesky (FCC) e depois de um certo número de iterações, quando a matriz torna-se mal condicionada, troca-se para o precondicionador Separador, o qual funciona muito bem para esse tipo de matriz.

A FCC tem como principal vantagem possuir o parâmetro η, o qual controla o número de elementos não nulos na matriz precondicionadora e, assim, permite variar o precondicionador de todas as formas, desde um precondicionador diagonal até a fatoração de Cholesky completa. Em [4], foi apresentada uma nova heurística para identificar qual é o momento mais apropriado para fazer a troca de precondicionadores, obtendo menores tempos para solucionar os problemas de programação linear e melhorando a proposta original, que é baseada na redução do gap inicial ou no número de iterações do método iterativo [2].

A heurística, proposta em [4], para atualizar o η é fazer $\eta = \eta + 10$ se o número de iterações do gradiente conjugado é maior que $\frac{m}{6}$ e a troca de precondicionador ocorre quando η atingir um valor pré-fixado. Porém, essa heurística é usada para qualquer problema de programação linear. Dessa forma, nesse trabalho, apresentaremos novas heurísticas para a atualização do η, as quais levam em consideração características do problema, tais como, dimensão, densidade, número condição da matriz, entre outras, com o objetivo obter uma atualização do η de forma automatizada e um método de pontos interiores mais eficiente e robusto.

Agradecimentos

À CAPES e FAPESP pelo apoio financeiro.

Referências

[1] G. M. Bazarra, J. Jarvis, and H. Sherali. *Linear Programming and Network Flows.* John Wiley & Sons, Hoboken, 1990.

[2] S. Bocanegra, Algoritmos de Newton-Krylov Precondicionados para Métodos de Pontos Interiores, Dissertação de Doutorado, UFMG, (2005).

[3] S. Mehrotra. On the Implementation of a Primal-Dual Interior Point Method. *SIAM Journal on Optimization*, 2:575-601, 1992. ISSN:1095-7189.

[4] M. I. Velazco, A. R. L. Oliveira and F. F. Campos. Heuristics for Implementation of a Hybrid Preconditioner for Interior–Point Methods. *Pesquisa Operacional*, 34:2553-2561, 2011. ISSN: 0101-7438.

[5] S. J. Wright. *Primal-Dual Interior-Point Methods.* SIAM Publications, Philadelphia, 1996.