

# Cálculo de Sequentes para o sistema LPT

Luiz Henrique da Cruz Silvestrini<sup>1</sup>

Universidade Estadual Paulista, Unesp, FC, Bauru, SP

Douglas Alexandre Rodrigues<sup>2</sup>

Instituto Federal do Paraná, IFPR, Jacarezinho, PR

## 1 Introdução

O cálculo de sequentes, introduzido por Gentzen (cf. [3]), é caracterizado por regras estruturais e a regra do corte que estendem os sistemas de provas de dedução natural, além de apresentar as derivações de uma prova de forma elegante do ponto de vista matemático.

Coniglio e Silvestrini [2] introduzem uma nova abordagem para a formalização da quase-verdade, por meio de uma lógica paraconsistente e trivalente, denominada de lógica da verdade pragmática, denotada por LPT. Revisitamos este sistema mostrando sua axiomática e interpretação semântica matricial.

Neste trabalho apresentamos um sistema em cálculo de sequentes, o qual denotamos GPT, de modo que este se estabeleça como método dedutivo alternativo ao axiomático, para a lógica LPT, e esboçamos a equivalência dedutiva entre estes sistemas, explicitando os teoremas utilizados para que toda dedução obtida em sequentes, também seja deduzida no sistema axiomático original de LPT e vice-versa.

## 2 O sistema paraconsistente LPT

A linguagem proposicional da LPT, composta pelos operadores  $\{\neg, \wedge, \rightarrow\}$ , variáveis proposicionais e os símbolos auxiliares:  $(, )$ , é interpretada nas matrizes trivalentes com os valores: 1 para sentenças verdadeiras, 0 para sentenças falsas e  $\frac{1}{2}$  para sentenças indeterminadas (a sentença não é nem verdadeira e nem falsa).

A semântica matricial da LPT é dada por  $\mathcal{M}_{LPT} = (\{0, \frac{1}{2}, 1\}, \{\neg, \wedge, \rightarrow\}, \{\frac{1}{2}, 1\})$  com o conjunto de valores designados  $D = \{1, \frac{1}{2}\}$ .

A contraparte sintática apresenta dezesseis axiomas proposicionais e a *Modus Ponens*  $(A, A \rightarrow B \vdash B)$  é a única regra de inferência do sistema. O operador de consistência  $\circ$  é definido a partir da negação clássica  $\sim$ , a saber:

$$\begin{aligned}\perp_A &:= \neg(A \rightarrow A) \\ \sim A &:= A \rightarrow \perp_A \\ \circ A &:= \sim(A \wedge \neg A)\end{aligned}$$

Dentre os axiomas, destacamos aqueles que viabilizam o caráter paraconsistente do sistema e reflete o tipo de implicação envolvida.

<sup>1</sup>lh.silvestrini@unesp.br.

<sup>2</sup>douglas.rodrigues@ifpr.edu.br.

$$(A1) \quad \circ A \rightarrow (A \rightarrow (\neg A \rightarrow B))$$

$$(A2) \quad \neg \circ A \rightarrow (A \wedge \neg A)$$

$$(A3) \quad \circ(A \rightarrow B)$$

### 3 O sistema de seqüentes GPT

Inspirados na abordagem de Carnielli [1], apresentamos de forma original os axiomas característicos de GPT.

$$A1) \quad (\Gamma, A), (\Delta, A) \Rightarrow \Sigma$$

$$A2) \quad (\Gamma, A), \Delta \Rightarrow \Sigma, A$$

$$A3) \quad \Gamma, (\Delta, A) \Rightarrow \Sigma, A$$

$$A4) \quad \Gamma, (\Delta, \circ A) \Rightarrow \Sigma$$

$$A5) \quad \Gamma, (\Delta, A \rightarrow B) \Rightarrow \Sigma$$

Além dos axiomas, o sistema utiliza regras para cada um dos operadores, por exemplo, temos para a consistência as seguintes regras:

$$[R\circ] \frac{\Gamma, (\Delta, A) \Rightarrow \Sigma}{\Gamma, \Delta \Rightarrow \Sigma, \circ A}$$

$$[S\circ] \frac{\Gamma, \Delta \Rightarrow \Sigma, A; (\Gamma, A), \Delta \Rightarrow \Sigma}{(\Gamma, \circ A), \Delta \Rightarrow \Sigma}$$

### Considerações finais

Neste trabalho apresentamos as regras e axiomas do sistema GPT, bem como as regras estruturais e operacionais e esboçamos uma possibilidade de demonstração em que todos os axiomas do sistema LPT podem ser deduzidos através do sistema de seqüentes proposto. Para finalizar a adequação entre os sistemas LPT e GPT, explicitamos ainda que todas as regras de GPT podem ser demonstradas a partir de LPT, por uma possibilidade de dualização via tableaux.

### Referências

- [1] Carnielli, W. On sequents and tableaux for many-valued logics, *Journal of Non-Classical Logic*, volume 8, number 1, pages 59-76, 1991.
- [2] Coniglio, M. E. and Silvestrini, L. H. C. An alternative approach for quasi-truth, *Logic Journal of the IGPL*, volume 22, 2013. DOI: 10.1093/jigpal/jzt026.
- [3] Gentzen, G. *The collected papers of Gerhard Gentzen*. Editor M. E. Szabo. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1969.