

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Dilema do Prisioneiro: Um Procedimento “in silico” para Análise das Estratégias Reativas

Lee Yun Sheng¹

Universidade Federal de Mato Grosso, UFMT, Sinop, MT

Mazílio Coronel Malavazi²

Universidade Federal de Mato Grosso, UFMT, Sinop, MT

Polyanna Possani da Costa Petry³

Universidade Estadual de Mato Grosso, UNEMAT, Sinop, MT

Chiara Maria Seidel Luciano⁴

Universidade Estadual de Mato Grosso, UNEMAT, Sinop, MT

1 Introdução

O jogo do dilema do prisioneiro, originalmente formulado por Merrill Flood e Melvin Dresher em 1950, é um estudo de quantificação de interações sociais e os produtos das mesmas, a partir de preceitos matemáticos, as quais dois ou mais participantes decidem, a cada jogada, entre duas opções, uma correspondendo a cooperar (*cooperate*) e a outra a desertar (*defect*). Aplicado às ciências sociais, biologia evolutiva, entre outras, a análise das estratégias deste jogo tem atraído muitos estudos, conforme pode-se observar em [1–4]. O enfoque aqui é um estudo unicamente “*in silico*”, isto é, a pesquisa foi feita no âmbito da simulação computacional, mais especificamente aplicado a um conjunto de estratégias reativas.

A estratégia reativa tem a intenção de compreender como a cooperação inicialmente surge e como esta se estabelece estocasticamente [2,3]. Um indivíduo pode cooperar com probabilidade p se o seu oponente cooperou na rodada passada e pode ainda cooperar com probabilidade q , caso seu oponente tenha desertado na última rodada. Dessa forma, uma estratégia reativa é definida pelo par (p, q) , sendo ambas as variáveis restritas ao intervalo $[0,1]$.

Dadas as especificidades, destacam-se quatro estratégias reativas, a saber: ALLD, *All Defect*, $(0, 0)$; ALLC, *All Cooperate*, $(1, 1)$; TFT, *Tit-for-Tat*, $(1, 0)$; GTFT, *Generous Tit-for-Tat*, $(1, 1/3)$. O comportamento destas estratégias foi analisado mediante iterações com outras estratégias reativas geradas aleatoriamente, conforme sugerido por [2].

¹leeufmt@yahoo.com.br

²mazilio@hotmail.com

³polyanna@unemat-net.br

⁴chiara@unemat-net.br

2 Metodologia

Utilizou-se 100 estratégias reativas, cujos pares ordenados foram gerados aleatoriamente em $[0, 1] \times [0, 1]$, ressaltando que os casos especiais ALLD, ALLC, TFT e GTFT foram fixados como sendo as primeiras estratégias. Conforme [2], definem-se $r_i = p_i - q_i$ e as probabilidades de cooperação $s_{ij} = \frac{q_j r_i + q_i}{1 - r_i r_j}$ na distribuição estacionária, com $|r_i r_j| \neq 1$.

Aplicando os mesmos valores de *payoff* utilizados no Torneio de Axelrod, conforme [2], ou seja, $R = 3$, $T = 5$, $S = 0$ e $P = 1$, determinou-se a matriz de *payoff* 100×100 usando a expressão $E_{ij} = R s_{ij} s_{ji} + S s_{ij} (1 - s_{ji}) + T (1 - s_{ij}) s_{ji} + P (1 - s_{ij}) (1 - s_{ji})$ que foi aplicada na equação do replicador, assumindo que todas as estratégias são igualmente frequentes no instante $t = 0$, isto é, 0,01. Com estas condições, segue-se então a implementação numérica.

Inicialmente, implementou-se o algoritmo no Excel 2007, apesar de apresentar dificuldades computacionais devido a ordem de algumas matrizes. Na sequência foi implementado no SciLab 5.4.1, permitindo uma flexibilidade quanto ao número de estratégias e iterações, proporcionando visualizações dinâmicas da evolução das estratégias com maior precisão numérica e menor carga computacional.

3 Conclusões

A implementação inicial no Excel, em virtude da sua praticidade, gerou um resultado prévio servindo de comparativo no SciLab, apresentando nos resultados uma diferença numérica relativamente pequena em relação a precisão.

Na simulação observou-se que, logo nas primeiras iterações, a maioria das estratégias próximas de ALLC convergem para a extinção. Em contrapartida, as estratégias próximas de ALLD se destacam, no entanto, posteriormente são suprimidas pelas estratégias próximas de TFT por várias iterações. Porém, a estratégia mais próxima de GTFT emerge vagarosamente e suprime as demais, com frequência aproximadamente 1.

Em síntese, embora o comportamento inicial é de optar pela deserção, observou-se que o mecanismo de cooperação começa a ganhar força com mimetismo comportamental evoluindo para a cooperação mais altruísta, na qual a correção de erros é permitida.

Referências

- [1] D.C. COSTA, Dilema do prisioneiro: efeito das consequências individuais e culturais, Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, 2009.
- [2] M. A. NOWAK. *Evolutionary dynamics*. Harvard University Press, 2006.
- [3] M.A. NOWAK; K. SIGMUND. Game-dynamical aspects of the prisoner's dilemma. *Applied Mathematics and Computation*, 30(3):191-213, 1989.
- [4] E. L. PIMENTEL. *Dilema do prisioneiro: da teoria dos jogos à ética*. Argumentum, 2007.