

O uso do algoritmo Evolução Diferencial Melhorada e do software WolframAlpha na solução de problemas de otimização restrita e irrestrita

Andreza Beatriz Jacinto da Silva¹

ICMC/USP, São Carlos, SP

Milena Almeida Leite Brandão²

ICENP/UFU, Ituiutaba, MG

Introdução

A otimização matemática é um ramo da ciência computacional, que procura encontrar a melhor solução para os problemas em que a qualidade de qualquer resposta pode ser expressa como um valor numérico. O objetivo desta pesquisa é usar o software WolframAlpha e o método de otimização Evolução Diferencial Melhorada (EDM) implementado em Matlab [1] aplicados à solução de um problema de otimização com restrição. Os resultados encontrados são comparados e analisados com a solução analítica.

Análise

Problema: Determine os extremantes de $f(x, y) = 3x + 2y$ com a restrição $x^2 + y^2 = 1$. [2]

Solução analítica: Use-se o método dos multiplicadores de Lagrange para encontrar os candidatos a extremantes locais. Seja $g(x, y) = x^2 + y^2 - 1$. Observe-se que g é de classe C^1 e $\nabla g(x, y) = (2x, 2y)$. Os candidatos a extremantes locais são os pontos (x, y) , que satisfazem o sistema abaixo:

$$\begin{cases} \nabla f(x, y) = \lambda \nabla g(x, y) \\ g(x, y) = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} (3, 2) = \lambda(2x, 2y) \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \quad (1)$$

que é equivalente a

$$3 = 2\lambda x \quad (2)$$

$$2 = 2\lambda y \quad (3)$$

$$x^2 + y^2 = 1 \quad (4)$$

Assumindo $\lambda \neq 0$, e isolando x e y na equação (2) e (3), temos que: $x = \frac{3}{2\lambda}$ e $y = \frac{1}{\lambda}$. Substituindo na equação (4), segue que: $\frac{9}{4\lambda^2} + \frac{1}{\lambda^2} = 1$, isto é, $\lambda = \pm \frac{\sqrt{13}}{2}$. Portanto, $(x, y) =$

¹andrezabeatriz@usp.br

²milenabrandao@ufu.br

$\left(\frac{3\sqrt{13}}{13}, \frac{2\sqrt{13}}{13}\right) \approx (0.8320, 0.5547)$ e $(x, y) = \left(-\frac{3\sqrt{13}}{13}, -\frac{2\sqrt{13}}{13}\right) \approx (-0.8320, -0.5547)$ são candidatas a extremantes. Temos que:

$$f\left(\frac{3\sqrt{13}}{13}, \frac{2\sqrt{13}}{13}\right) = 3,6055 \text{ e } f\left(-\frac{3\sqrt{13}}{13}, -\frac{2\sqrt{13}}{13}\right) = -3,6055$$

Logo, $(x, y) = \left(\frac{3\sqrt{13}}{13}, \frac{2\sqrt{13}}{13}\right)$ é o ponto de máximo e $(x, y) = \left(-\frac{3\sqrt{13}}{13}, -\frac{2\sqrt{13}}{13}\right)$ é o ponto de mínimo.

Solução numérica via EDM: Resolvendo o problema no algoritmo de Evolução Diferencial Melhorada implementada no Matlab, obteve-se o valor de $(x, y) = (-0.8324, -0.5550)$ e $(x, y) = (0.8324, 0.5550)$, aproximadamente o mesmo valor obtido analiticamente.

Solução numérica no WolframAlpha: No WolframAlpha, obteve-se o valor de $(x, y) = (-0.83205, -0.5547)$, aproximadamente o mesmo valor obtido analiticamente e com EDM.

Conclusão

Infelizmente, não existe um algoritmo universal capaz de resolver todos os problemas de otimização matemática. Além disso, um algoritmo que é eficiente para uma determinada classe de problemas de otimização pode apresentar resultados ruins para outros modelos. Por isso é importante fazer simulações do problema que se pretende achar a solução em metodologias distintas e comparar as respostas. Para o problema proposto nesta pesquisa ambos os algoritmos, EDM e WolframAlpha, foram eficientes e encontraram a solução ótima.

Referências

- [1] Brandão, M. A. L., Evolução Diferencial Melhorada implementada em processamento paralelo. Tese de doutorado da Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Uberlândia. 2014.
- [2] Guidorizzi, H. L. Um curso de cálculo, volume 2. 5.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011.