

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

## Introdução à codificação no espaço projetivo

Janaína Rocha da Silva Gomes<sup>1</sup>

CPAq - UFMS

Leandro Bezerra de Lima<sup>2</sup>

CPAq - UFMS

### 1 Introdução

Uma maneira alternativa e eficiente, sob certas condições, para controle de erros em codificação de rede (Network Coding) é utilizar códigos de subespaços, que são códigos construídos sobre o espaço projetivo como no mostrado por Köetter e Kschischang em [2]. Espaço projetivo de ordem  $m$  sobre o corpo finito  $\mathbb{F}_q$ , denotado por  $\mathbb{P}(\mathbb{F}_q^m)$ , é o conjunto de todos os subespaços no espaço vetorial  $\mathbb{F}_q^m$ . O espaço projetivo munido da métrica de subespaço  $d(X, Y) = \dim(X) + \dim(Y) - 2\dim(X \cap Y)$  é um espaço métrico [1, 8]. Com isto, um código de subespaço  $\mathcal{C}$  com parâmetros  $(n, M, d)$  no espaço projetivo é um subconjunto de  $\mathbb{P}(\mathbb{F}_q^m)$  de tamanho  $M$  com a distância de subespaço entre quaisquer duas palavras código de pelo menos  $d$  [3]. Esses códigos de subespaços construídos no espaço projetivo  $\mathbb{P}(\mathbb{F}_q^m)$  utilizam o canal de subespaço apenas uma vez. Uma classe importante de códigos de subespaços são os códigos de subespaços na grassmanniana (códigos de dimensão constante). Uma possibilidade para obter códigos de subespaços com boas taxas e boas capacidades de correções de erros, sem a necessidade de aumentar o tamanho do corpo finito  $\mathbb{F}_q$ , ou do comprimento do vetor  $m$ , é permitir a utilização do canal  $n$  vezes, ou seja, codificar a informação em uma sequência de subespaços a ser enviada e não apenas em um único subespaço, a esse novo código dá-se o nome de códigos de subespaços  $n$ -shot [6].

### 2 Resultados

Neste trabalho, inicia-se considerando um canal de comunicação denominado canal de subespaço, após essa consideração, apresentamos o conceito de métrica de subespaço, no qual são estudados os chamados códigos de subespaços, em especial, abordaremos os conceitos de códigos de subespaços geometricamente uniforme, que são códigos com propriedades algébricas e geométricas interessantes tanto do ponto de vista matemático quanto de comunicações, além de possuírem eficientes algoritmos associados ao processo de

---

<sup>1</sup>janaina.gomes@ufms.br

<sup>2</sup>leandro.lima@ufms.br

decodificação, apresentamos um estudo sobre os códigos de subespaços na grassmanniana, bem como, um estudo sobre o problema de encontrar o maior tamanho possível de um código de subespaço dados os parâmetros  $q$  e  $m$  e fixada uma distância mínima  $d$ . Será apresentado também um estudo sobre aplicações dos códigos de subespaços em problemas de codificação de rede. [4, 5, 7].

## Referências

- [1] Khaleghi, A., Silva, D. and Kschischang, F.R., Subspace Codes, *Lecture Notes in Computer Science*, 5921:1-21, 2009. DOI:10.1007/978-3-642-10868-6\_1.
- [2] Köetter, R. and Kschischang, F., Coding for Errors and Erasures in Random Network Coding, *IEEE Transactions on Information Theory*, 54:3579-3591, 2008. DOI:10.1109/TIT.2008.926449.
- [3] Kohnert, A. and Kurz, S., Construction of Large Constant Dimension Codes with a Prescribed Minimum Distance, *Mathematical Methods in Computer Science, Lecture Notes in Computer Science*, 5393:31-42, 2008. DOI:10.1007/978-3-540-89994-5\_4.
- [4] Lima, L. B. Contribuições em codificação no espaço projetivo e proposta de códigos quânticos de subespaços na grassmanniana. Tese Doutorado em Engenharia Elétrica, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Unicamp. Campinas, 2017.
- [5] Lima, L. B. and Palazzo Junior, R., Geometrically uniform n-shot subspace codes, *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 57:47-54, 2017. DOI:10.1016/j.endm.2017.02.009.
- [6] Nóbrega, R. W. and Uchôa-Filho, B., Multishot Codes for Network Coding: Bounds and a Multilevel Construction, in *Proceedings of the 2009 IEEE International Symposium on Information Theory - ISIT-09*, 2009. DOI:10.1109/ISIT.2009.5205750.
- [7] Nóbrega, R. W. Códigos de Subespaço aplicados a Codificação de Rede. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - UFSC, 2009.
- [8] Silva, D. and Kschischang, F. R. and Köetter, R., Communication over finite-field matrix channels, *IEEE Transactions on Information Theory*, 56:1296-1305, 2010. DOI:10.1109/TIT.2009.2039167,