Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 8, n. 1, 2021.

Trabalho apresentado no XL CNMAC, Evento Virtual - Co-organizado pela Universidade do Mato Grosso do Sul (UFMS).

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Uma formulação para o problema de roteamento de veículos robusto usando o conjunto de incertezas do tipo mochila

Rafael A. Campos[1]
Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP
Pedro Munari[2]
Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP

Neste trabalho, aborda-se o problema de roteamento de veículos (PRV), bastante estudado na literatura de otimização combinatória e com considerável aplicabilidade prática. O problema consiste em definir rotas para uma frota de veículos de modo a atender um conjunto de clientes com o menor custo possível. Uma variante clássica deste problema é o PRV com Janelas de Tempo (PRVJT), que considera alguns requisitos adicionais, como satisfação da capacidade dos veículos e a existência de janelas de tempo em que o serviço pode ser executado nos clientes [5].

A maioria absoluta dos trabalhos sobre o PRVJT considera os parâmetros de demanda e tempo de viagem como determinísticos. Embora esta prática seja comum na literatura, estes valores geralmente não são conhecidos durante a etapa de planejamento em situações reais, e as soluções que não consideram esta incerteza frequentemente tornam-se infactíveis na prática [4]. Para incorporar tal variabilidade, autores propuseram diferentes abordagens de modelagem e resolução. Dentre elas, a Otimização Robusta (OR) é um paradigma que se destaca pela vantagem de não necessitar da estimativa da distribuição probabilística dos parâmetros incertos, algo complexo na prática. Ao invés disto, a OR lida com a incerteza a partir da otimização do pior caso destes parâmetros.

Um ponto importante na OR é a decisão de como controlar o nível de robustez da solução, visto que isto pode ter um alto impacto nos custos das soluções [2]. Para tal, existem diferentes representações de conjuntos de incerteza que buscam controlar a robustez da solução, podendo-se destacar por exemplo, o conjunto de incertezas elipsoidal [2], o de cardinalidade restrita [3] e o da mochila [1]. O de cardinalidade restrita, que se baseia na definição do número máximo de parâmetros que podem assumir seu pior caso na rota, é o mais difundido na literatura por permitir a obtenção da contraparte robusta de maneira simplificada, por meio de dualidade. Recentemente, um estudo propôs uma contraparte robusta diferente da usual para o conjunto de cardinalidade restrita, baseando-se na linearização de equações recursivas [4], sendo o modelo compacto que apresenta os melhores resultados computacionais até o momento.

Neste trabalho, propõe-se um modelo de OR compacto para o PRVJT considerando o conjunto de incerteza do tipo mochila. Neste conjunto, o tomador de decisão define o limite da soma de desvios totais permitidos para um conjunto de parâmetros em uma única rota, sendo mais intuitivo do que escolher o número máximo de parâmetros que assumem o pior caso. Não foram encontrados trabalhos na literatura que abordam modelos compactos o PRV com esse conjunto de incerteza, embora outras abordagens, como métodos *branch-and-price*, tenham sido propostos [1].

Para o desenvolvimento do modelo com o conjunto de incerteza do tipo mochila, utilizou-se a estratégia de linearização de equações recursivas, desenvolvidas originalmente em [4] para o conjunto de cardinalidade restrita. Para o fluxo de veículos, foram usadas as variáveis tradicionais x_{ij},

[1]rafael.ajudarte@estudante.ufscar.br.
[2]munari@dep.ufscar.br

 © 2021 SBMAC

enquanto nas variáveis de carga e tempo foi acrescido um novo índice δ, ficando então representadas por $u_{i\delta}$ e $w_{i\delta}$, respectivamente. O novo índice indica o total de desvios acumulados (devido a variações na demanda ou tempo) em uma rota logo após a visita a um cliente. Por exemplo, para incerteza na demanda, o índice δ é limitado por Δ_q, o valor estabelecido pelo tomador de decisão. Deste modo, é possível definir as seguintes restrições para garantir a robustez das soluções do modelo usando um conjunto do tipo mochila, em relação às incertezas na demanda:

$$u_{j\delta} \geq u_{i\delta} + \bar{d}_j + M(x_{ij} - 1), \qquad i, j \in N, \delta \leq \Delta_q, \tag{1}$$

$$u_{j\delta} \geq u_{i(\delta - \hat{d}_j)} + \bar{d}_j + \hat{d}_j + M(x_{ij} - 1), \quad i, j \in N, \hat{d}_j \leq \delta \leq \Delta_q, \tag{2}$$

$$u_{j\Delta_q} \geq u_{i(\Delta_q - \gamma)} + \bar{d}_j + \gamma + M(x_{ij} - 1), \quad i, j \in N, \gamma < \hat{d}_j, \tag{3}$$

sendo N o conjunto de nós, e $\bar{d}_j$ e $\hat{d}_j$ a demanda nominal do nó j e seu desvio máximo, respectivamente. As restrições (1) tratam o caso em que não se considera desvio no nó j. As restrições (2) consideram o caso em que há espaço suficiente na mochila para incluir o desvio completo, enquanto as restrições (3) são ativadas quando não é possível inserir o desvio completo na mochila e, deste modo, ela é preenchida até seu limite. O índice γ criado neste último tipo de restrições é usado para mensurar a quantidade de desvio inserido na mochila, caso este seja menor que o desvio máximo do nó avaliado. Restrições similares podem ser obtidas para incertezas nos tempos de viagem.

Testes computacionais foram realizados usando instâncias de pequeno porte (25 clientes) adaptadas da literatura, considerando diferentes níveis de incerteza para a demanda e tempo, assim como diferentes limites de desvios (Δ), usando o solver CPLEX Optimization Studio v.12.10. Após implementação dos modelos e resolução das instâncias, estimou-se o risco das soluções por meio do método de Simulação de Monte Carlo. Os resultados indicaram que o modelo proposto é capaz de gerar soluções robustas resistente à variabilidade e compatíveis com a realidade das instâncias. Notou-se que, conforme esperado, os custos, a robustez e tempos computacionais tendem a aumentar a medida que se usa limites de desvios (Δ) maiores, cabendo ao tomador de decisão selecionar a solução com melhor custo-benefício.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processos 19/22235-6 e 19/23596-2; e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Referências

[1] Bartolini, E.; Goeke, D.; Schneider, M.; Ye, M. The robust traveling salesman problem with time windows under knapsack-constrained travel time uncertainty, *Transportation Science*, 55:371-394, 2020. DOI:10.1287/trsc.2020.1011.

[2] Ben-Tal, A.; Nemirovski, A. Robust solutions of uncertain linear programming, *Operations Research Letters*, 25:1-13, 1999. DOI:10.1007/s10107-003-0454-y.

[3] Bertsimas, D.; Sim, M. The price of robustness, *Operations Research*, 52:35–53, 2004. DOI:10.1287/opre.1030.0065.

[4] Munari, P.; Moreno, A.; De La Vega, J.; Alem, D.; Gondzio, J.; Morabito, R. The robust vehicle routing problem with time windows: compact formulation and branch-price-and-cut method, *Transportation Science*, 53:1043-1066, 2019. DOI:10.1287/trsc.2018.0886

[5] Toth, P.; Vigo, D. Vehicle Routing: Problems, Methods and Applications. Second, *MOS-SIAM Series in Optimization*. SIAM, 2014.

© 2021 SBMAC