

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Aplicação dos Métodos de Homogeneização para Obtenção das Propriedades Efetivas do Concreto

Guilherme Augusto Pianezzer¹

Liliana Madalena Gramani

Fábio André Negri Balbo

Eloy Kaviski

Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR

Resumo. A teoria da homogeneização busca descrever as relações existentes entre as propriedades conhecidas em escalas menores daquelas que ocorrem em escalas maiores, permitindo a simulação de materiais heterogêneos. Este artigo tem como objetivo apresentar uma simulação computacional das propriedades do concreto utilizando técnicas de homogeneização. Para construção desta simulação foram utilizadas propriedades pré-determinadas dos componentes do concreto. A simulação construída é composta por duas fases: a argamassa e os agregados graúdos. Também foram utilizadas como dados de entrada, informações obtidas pela curva granulométrica do material analisado. Para determinar os limites superior e inferior são utilizados, respectivamente, o método de Voigt e Reuss, assim como o método auto-consistente e de Mori-Tanaka são utilizados para determinar as propriedades efetivas. Os resultados encontrados permitem enfatizar a importância dos limites superior e inferior como análise de dados para os métodos atuais.

Palavras-chave. Métodos de homogeneização, Método de Mori-Tanaka, Método auto-consistente, Método de Reuss e Voigt, Concreto, Simulação computacional.

1 Introdução

Analisar as propriedades de materiais heterogêneos é um desafio que tem sido contornado com a utilização de técnicas de homogeneização, as quais buscam descrever as relações existentes entre as propriedades conhecidas em escalas menores daquelas que ocorrem em escalas maiores [1]. Na natureza praticamente não existem materiais perfeitamente homogêneos [12]. Entretanto, de maneira geral, mesmo possuindo microestruturas complexas, o comportamento estatístico destas estruturas pode determinar as respostas médias que surgem na macroescala. Para o uso e o entendimento dos métodos de homogeneização é necessário observar que os materiais compósitos analisados são tratados como modelos contínuos com dois níveis de análise: a estrutura microscópica e a macroscópica. Geralmente, as propriedades do material na microescala são conhecidas, enquanto busca-se, através delas, determinar o comportamento do material na macroescala.

¹guilherme.pianezzer@hotmail.com

As primeiras propostas de simulação foram feitas por Voigt em 1887 e Reuss em 1929. Seus modelos teóricos são simplificados, mas, além de permitirem ampliar o entendimento dos fundamentos envolvidos nos métodos de homogeneização, hoje eles são consagrados como limite superior e inferior, respectivamente, para o verdadeiro valor das propriedades efetivas. Entre as técnicas atuais, foram utilizadas o método auto-consistente e o método de Mori-Tanaka, os quais ambos utilizam o tensor de Eshelby [11] para determinar as propriedades efetivas. O material simulado é o concreto composto por duas fases, argamassa (matriz) e agregados graúdos (inclusões). O objetivo desta pesquisa foi simular computacionalmente as propriedades do concreto, utilizando as técnicas de homogeneização atuais.

Assim, o artigo está dividido em mais três partes: A próxima seção explica como realizar a representação computacional do concreto, simulando um elemento representativo, o qual permite extrair informações sobre a fração volumétrica de agregados graúdos presente no concreto. Na sequência, são apresentados, brevemente, os métodos de homogeneização utilizados nos modelos simulados. A última seção discute os resultados encontrados, enfatizando a importância dos limites superior e inferior como análise de dados.

2 Representação computacional do concreto

2.1 Características do concreto

O concreto é um material poroso, heterogêneo, podendo ser simulado a partir de diferentes escalas de trabalho [2]. Entre as possíveis escolhas, a escala mesoscópica é aquela que possui dimensões maiores que as moleculares, mas com dimensões menores que a dimensão macroscópica [3] e tal escolha permite ampliar a variedade de simulações possíveis para este material. Isso porque, nesta escala, percebe-se a presença de dois principais constituintes: a pasta de cimento endurecida (argamassa) e as partículas de agregado graúdo, como podem ser observadas na Figura 1. Além disso, o concreto apresenta a presença de vazios e defeitos de aderência próprios da estrutura. A classificação dada as partículas do concreto em relação a seus tamanhos estão discriminadas pela norma ABNT NBR 7211:2004. Para realizar a simulação adequada do concreto, é necessário obter informações da própria estrutura, como forma, tamanho e quantidade de cada constituinte. Tais informações foram obtidas a partir da curva granulométrica do agregado graúdo.

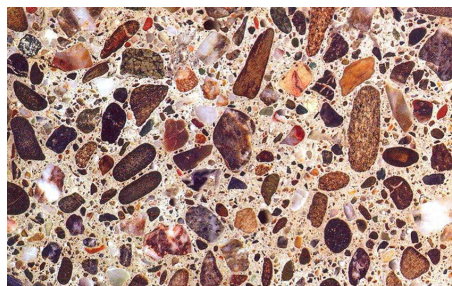


Figura 1: Heterogeneidade do concreto [4].

2.2 Curva granulométrica do agregado graúdo

A curva granulométrica de um solo é uma função de distribuição de partículas do solo [5], o qual descreve a variabilidade das partículas que existem em diferentes tamanhos e em proporções variadas. O objetivo do peneiramento é separar as partículas presentes no solo em relação a seus tamanhos. Para isso o teste consiste de uma série de peneiras de abertura de malha conhecidas que, ao serem utilizadas, permite determinar a porcentagem em peso retida ou passante em cada peneira. Este ensaio é realizado de acordo com a ABNT NBR NM 248:2003, com peneiras padronizadas pela norma ABNT NBR ISO 3310-1:2010. Assim, a distribuição dos agregados, dados por sua curva granulométrica, é representada por uma lista de valores discretos para cada abertura da peneira. A curva granulométrica utilizada nesta simulação pode ser consultada em [9]. A curva granulométrica foi utilizada como entrada para a geração do elemento representativo do concreto.

2.3 Elemento representativo do concreto

Para determinar o elemento representativo do concreto a partir da curva granulométrica, assumiu-se $P(d)$ como a porcentagem total retida na peneira de diâmetro d , de forma que a área do material reservado para a seção específica entre duas peneiras foi determinado a partir da Equação 1.

$$A_p[d_s, d_{s+1}] = \frac{P(d_{s+1}) - P(d_s)}{P(d_{max}) - P(d_{min})} f_p A, \quad (1)$$

sendo A a área total da porção de concreto analisada, f_p a fração de área que os agregados ocupam. O algoritmo desenvolvido para realizar a leitura da curva granulométrica e extrair informações sobre os tamanhos dos agregados graúdos presentes na espécie estudada pode ser visto, detalhadamente, em [9], onde o autor descreve as dificuldades encontradas e as aproximações e hipóteses escolhidas. Além disto, o posicionamento dos agregados simulados computacionalmente foi realizado a partir de uma adaptação do algoritmo de detecção de colisão, proposto por [10]. Tal trabalho mostra que a existência ou não de colisão entre duas elipses (agregados graúdos) pode ser verificada a partir do estudo dos sinais das raízes de uma equação, a qual chamaram, equação característica. A Figura 2 mostra o comportamento da equação característica para alguns casos de elipse.

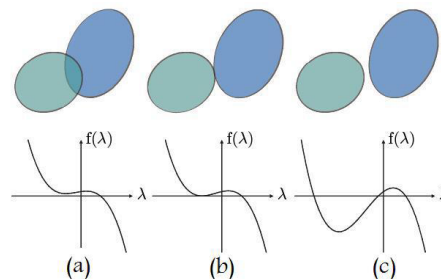


Figura 2: Comportamento da equação característica [10].

Como resultado preliminar, o elemento representativo do concreto gerado para uma fração volumétrica de cerca de 60% é mostrado na Figura 3.

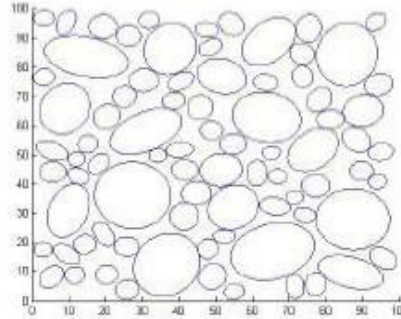


Figura 3: Elemento representativo do concreto gerado com fração volumétrica de 60%

3 Propriedade dos constituintes do concreto

O concreto na mesoescala pode ser visto como um material composto de duas fases: argamassa e agregados graúdos. A ideia básica das técnicas de homogeneização é que não se conhece informações confiáveis sobre as propriedades do material final, no caso o concreto. Assim, utilizam-se informações dos constituintes que são obtidas da seguinte maneira.

Para determinar as propriedades do agregado graúdo (inclusão), assumiu-se da literatura [3], que o mesmo possui módulo de elasticidade de $5.10^4 MPa$ e coeficiente de Poisson de 1.3×10^{-1} . Além disso, considerou-se que as inclusões comportam-se como isotrópicas. Isso significa que o tensor de flexibilidade é definido a partir das constantes de Engenharia: E representa o módulo de elasticidade e ν o coeficiente de Poisson. Para os valores utilizados, foi possível determinar o tensor de flexibilidade para a inclusão, \mathbf{S}_{ag} e ao inverter este tensor obteve-se o tensor de elasticidade \mathbf{C}_{ag} .

De maneira equivalente, obteve-se o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson para a argamassa (matriz) a partir da literatura [3]. Neste caso, os valores de referência foram $3.00 \times 10^4 MPa$ para E e 3.00×10^{-1} para ν . Neste caso, também foi considerada a isotropia do material. Tanto no caso da argamassa quanto nos agregados graúdos, a isotropia é uma aproximação que se mostrou adequada de acordo com os resultados. Entretanto, no interesse de refinar os resultados obtidos pelos métodos de homogeneização deve-se realizar uma modelagem dos constituintes que mais se adequa ao caso estudado.

4 Técnicas de homogeneização

Essa seção apresenta, brevemente, as técnicas de homogeneização utilizadas.

4.1 Método de Voigt

O método de Voigt é um dos mais simples esquemas de homogeneização de material compósito. A utilidade deste modelo reside no fato de que hoje ele representa um limite

superior (Limite superior de Voigt) para o valor do módulo de elasticidade de um material compósito, de maneira que representa valores superestimados para esta informação. Conhecendo informações extraídas da inclusão e da matriz, o modelo de Voigt encontra o tensor homogeneizado através da expressão dada pela Equação $C^h = f_i C_i + f_m C_m$. Nesta equação C_{ag} e C_{ar} representam as propriedades da inclusão e da matriz como indicados pela seção anterior. O parâmetro f , discutido anteriormente, diz respeito à fração volumétrica do compósito, sendo f_{ag} a fração volumétrica de agregados graúdos indicando a porcentagem de agregados presentes no volume do concreto. Como o material é formado apenas pelas duas fases, sabe-se que $f_{ag} + f_{ar} = 1$.

4.2 Método de Reuss

O método de Reuss representa um limite inferior para o valor do tensor de elasticidade efetivo do material compósito. Conhecendo as informações extraídas da inclusão e da matriz, o modelo de Reuss encontra o tensor homogeneizado através da Equação $C^h = [f_i C_i^{-1} + f_m C_m^{-1}]^{-1}$.

4.3 Método auto consistente

O método auto-consistente utiliza o tensor de Eshelby [11] para o cálculo das propriedades efetivas. Esse tensor já foi calculado para diversos formatos de inclusão e no exemplo apresentado aqui os agregados graúdos foram aproximados como circulares [12]. O tensor de Eshelby para inclusões circulares é dado de maneira explícita através da Equação 2:

$$E_{ijkl} = \frac{5\nu - 1}{15(1 - \nu)} \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{4 - 5\nu}{15(1 - \nu)} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \quad (2)$$

no qual δ_{ij} representa o Delta de Kronicker que retorna 1 no caso em que os índices são iguais e 0 caso contrário. Além disso, o método depende do cálculo de A_{ag} dado por: $A_{ag} = (C_{ar} - C_{ag})^{-1} : C_{ar}$ e do cálculo do tensor de concentração dado por $\gamma = A_{ag} : (A_{ag} - \mathbf{E})^{-1}$. Assim, o tensor de elasticidade homogeneizado pelo método é dado pela Equação $\bar{C} = C_{ar} + f_{ag}(C_{ag} - C_{ar}) : \gamma$.

4.4 Método de Mori-Tanaka

O esquema de homogeneização pelo método de Mori-Tanaka apresenta a estimativa para o tensor de elasticidade, dada por $\bar{C} = [(f_{ar} C_{ar} + f_{ag} C_{ag} : \gamma) : (f_{ar} \mathbf{I} + f_{ag} \gamma)]^{-1}$, no qual, \mathbf{I} representa a matriz identidade e os outros parâmetros são os mesmos do método anterior.

5 Resultados encontrados

Essas técnicas foram utilizadas para o cálculo das propriedades efetivas para diversos valores de frações volumétricas de agregados graúdos. Para a concentração $f_{ag} = 15\%$ foram encontrados os seguintes resultados. Pelo método de Voigt, o módulo de elasticidade obtido foi de $3.35 \cdot 10^4 MPa$ e coeficiente de Poisson de $2.7 \cdot 10^{-1}$. Pelo método de

Reuss, chega-se que o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson são $3.19 \times 10^4 MPa$ e 2.84×10^{-1} , respectivamente. Pelo método auto-consistente, o módulo de elasticidade obtido foi de $3.23 \times 10^4 MPa$ e o coeficiente de Poisson de 2.79×10^{-1} . Por fim, o método de Mori-Tanaka obteve-se como resultado encontrado módulo de elasticidade de $3.24 \times 10^4 MPa$ e coeficiente de Poisson de 2.78×10^{-1} . Foram realizados, além deste, testes com concentrações de 5% a 45%, intervalo de valores comuns encontrados nos problemas reais. Os resultados obtidos foram distribuídos em um gráfico, como mostra a Figura 4. Tanto no gráfico apresentado, como nos resultados expostos, pode-se notar o comportamento que o método proposto por Voigt e por Reuss possuem em relação a serem um limite superior e inferior, respectivamente. Estes dois métodos já são comprovados na literatura como bons indicativos deste fenômeno. Para o caso dado, o método auto-consistente e o método de Mori-Tanaka obtiveram resultados adequados em relação aos dois métodos padrões.

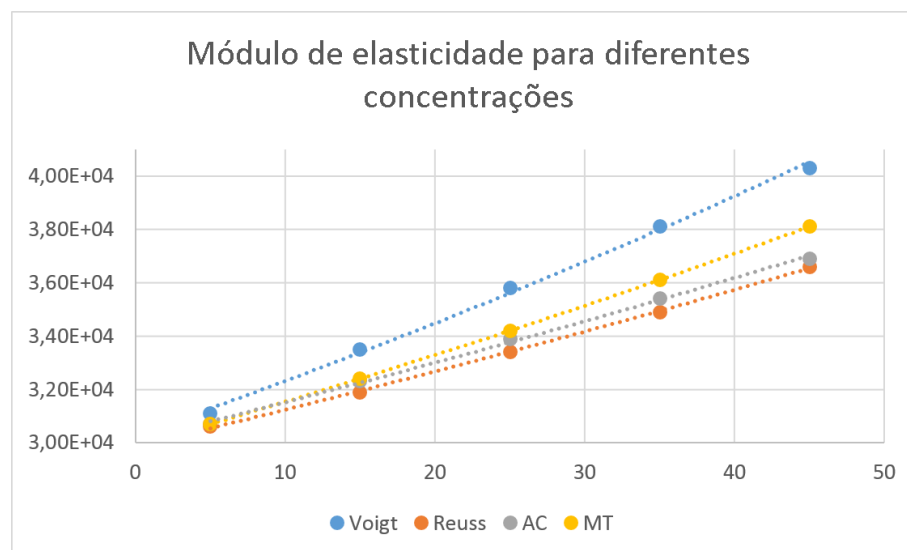


Figura 4: Módulo de elasticidade para diferentes concentrações (O autor, 2016)

A primeira parte da simulação desenvolvida foi realizada no software MatLab e a construção da Figura ?? foi realizada a partir do Microsoft Office Excel.

6 Considerações finais

A análise das propriedades efetivas dos materiais têm sido solucionada a partir das técnicas de homogeneização. Esse artigo mostrou a aplicação de algumas dessas técnicas, a saber o Método de Reuss e o Método de Voigt, além do Método Auto-Consistente e do Método de Mori-Tanaka. Este breve relato permitiu verificar que os métodos atuais respeitam os limites inferior e superior para o módulo de elasticidade, previstos pela teoria. As técnicas de homogeneização têm sido uma aliada para determinar as reais propriedades efetivas do concreto, como pode ser observado pelos trabalhos especializados que o grupo de pesquisa tem desenvolvido nos últimos anos [9, 13, 14].

Referências

- [1] P. Wriggers, and S. O. Moftah. Mesoscale models for concrete: Homogenization and damage behaviour. In *Finite Element in Analysis and Design*, volume 42, 2006.
- [2] B. N. Tullio. Experimental Analysis of Fracture Process in Concrete. In *Revista Brasileira de Ciências Mecânicas*, volume 23, 2001.
- [3] M. R. Teixeira. A contribution to the numerical modeling of the heterogeneity of concrete with the elements free Galerkin method, Tese, São Paulo, 2011.
- [4] P. Mehta and P. Monteiro. *Concreto - Microestrutura, propriedade e materiais*. São Paulo: IBRACON, 2008.
- [5] C. Pinto. *Curso básico de mecânica dos solos*. São Paulo: Oficina de textos, 2008.
- [6] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7211:2004: Agregados para concreto - Especificação, Rio de Janeiro, 2004.
- [7] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 248:2003: Agregados - Determinação da composição granulométrica, Rio de Janeiro, 2003.
- [8] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 3310-1:2010: Peneiras de ensaio - Requisitos técnicos e verificação, Rio de Janeiro, 2010.
- [9] G. A. Pianezzer, et. al. Um algoritmo para geração do elemento representativo do concreto com agregados graúdos em formato elíptico. In: *Revista Sodebras*, volume 8, n. 86., 2013.
- [10] Y. Choi, et. al. Continuous collision detection for elliptic disks. In: *HKU CS Tech Report*, 2005.
- [11] J. D. Eshelby. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problem. In: *Proc. of Roy. Soc.*, volume 241, 1957.
- [12] S. Li and G. Wang. Introduction to Micromechanics and Nanomechanics. In: *World Scientific*, 2008.
- [13] G. A. Pianezzer, et. al. Simulação computacional do teste de carregamento axial. In: *CNMAC 2014 - Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional*, Natal - RN, 2014.
- [14] F. A. N. Balbo, et. al. An application to the diffusion equation in a model for the damage in concrete due to alkali-silica reaction. In: *Applied Mathematical Sciences (Ruse)*, volume 9, 2015.