

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Estudo da instabilidade secundária de uma bolha de separação laminar tridimensional

Elmer M. Gennaro¹

Universidade Estadual Paulista, UNESP, São João da Boa Vista, SP

Daniel Rodríguez²

Universidade Federal Fluminense, UFF, Niteroi, RJ

Leandro Franco de Souza³

Instituto de Matemática e Ciência da Computação, USP, São Carlos, SP

Resumo. As mudanças topológicas associadas com a tridimensionalidade das bolhas de separação laminares podem iniciar o processo de instabilidades naquelas bolhas em que o pico de escoamento reverso seja fraco demais para sustentar uma instabilidade absoluta bidimensional. O objetivo é investigar a rota precisa das instabilidades e a existência de instabilidade secundárias de escoamentos 3D bifurcados. Uma análise da instabilidade secundária das bolhas de separação laminar tridimensionais e estacionárias que aparecem como consequência da bifurcação do escoamento primária foi realizada. Uma nova metodologia foi proposta para esta análise e se baseia na análise fracamente não-paralela para escoamento 3D. Os resultados foram validados com os resultados obtidos pela análise de autovalor 3D. Os resultados obtidos indicam que a tridimensionalidade da bolha de separação originada pela instabilidade primária desempenha um papel fundamental na origem da instabilidade autossustentada das bolhas de separação na ausência de excitações externas.

Palavras-chave. Instabilidade hidrodinâmica, separação de camada limite, problemas de autovalor

1 Introdução

Separação de escoamento laminar e a formação de bolhas de separação fechada é um problema de importância tecnológica primária devido à sua forte relação com as propriedades aerodinâmicas das superfícies de sustentação que operam em altos ângulos de ataque. O comportamento das bolhas de separação laminar (LSB) acredita-se ser dominada por mecanismos de instabilidades hidrodinâmicas, e estes mecanismos descrevem o processo pelo qual um escoamento em regime permanente espontaneamente se torna transiente.

A presente pesquisa tem por base as ideias de U. Dallmann apresentadas no final dos anos 80, que um mecanismo de instabilidade global pode existir agindo sobre os escoamentos de recirculação bidimensionais e que sob uma perturbação infinitesimalmente fraca

¹elmer.gennaro@sjbv.unesp.br

²danielrodalv84@gmail.com

³lefraso@icmc.usp.br

origina um escoamento totalmente tridimensional. Avançando nessas ideias, foi demonstrado em [8] que esta instabilidade é recuperada como um modo próprio tridimensional das equações de Navier-Stokes linearizada e, as análises da instabilidade primária das bolhas de separação laminar 2D mostraram que não existe uma instabilidade que daria origem às oscilações autossustentadas nos campos do escoamento, na ausência de forças externas ou fontes de perturbações. Os escoamentos da bolhas de separação bifurcados 2D e 3D, que aparecem como consequência da instabilidade centrífuga, são estáveis. Este escoamento bifurcado suporta uma instabilidade secundária que origina instabilidades? Esta questão foi abordada neste trabalho por meio de uma análise da instabilidade secundária linear dos campos de escoamentos 3D bifurcados.

A escolha de uma metodologia adequada para a identificação e análise dos diferentes processos envolvidos na sequência de bifurcação não é simples. Através de simulações numéricas direta não é possível separar os mecanismos de instabilidade individualmente e podem levar à erros de interpretação na sequência das bifurcações. Por outro lado, análises de instabilidade linear baseadas na solução de problemas de autovalores podem ser limitadas dependendo das hipóteses tomadas para o escoamento base, e por isso, tem um enorme custo computacional. Neste contexto, a tridimensionalidade da bolha de separação bifurcada impõe a necessidade de introduzir um problema de autovalor 3D para a análise da instabilidade secundária.

Neste trabalho, apresentamos um estudo da instabilidade secundária do escoamento 3D bifurcado, obtido através de simulações numéricas diretas, por meio de uma nova técnica que se aplica à aproximação WKB fracamente não paralela para planos cruzados. A redução da dimensão do problema a partir de um problema autovalor 3D em vários problemas de autovalores 2D traduz-se em uma abordagem que permite a análise da instabilidade de bolhas de separação 3D em um laptop, ao invés de um cluster. Os resultados obtidos mostram que a instabilidade global tridimensional autossustentada da bolha de separação laminar também tem o potencial de desencadear um mecanismo de instabilidade secundária que origina a instabilidade do escoamento.

2 Metodologia

Para o estudo da estabilidade linear e não-linear, o campo de escoamento $\mathbf{q} = (\mathbf{v}, p)^T$ (\mathbf{v} é o vetor velocidade e p denota a pressão) é decomposto em um escoamento base invariante no tempo $\bar{\mathbf{q}}(\mathbf{x})$ e perturbação $\mathbf{q}'(\mathbf{x}, t)$. Assumindo que o campo de escoamento $\bar{\mathbf{q}}(x, y, z)$ depende lentamente da direção longitudinal x , i.e. $\partial\bar{\mathbf{q}}/\partial x \ll \partial\bar{\mathbf{q}}/\partial y, \partial\bar{\mathbf{q}}/\partial z$, podemos introduzir uma separação de escalas definindo uma nova coordenada lenta, $X = \epsilon x$ com $\epsilon \ll 1$. Então, as perturbações podem ser escritas como

$$\mathbf{q}' \sim \hat{\mathbf{q}}(y, z; X) \exp [i(\alpha(X)x - \omega t)] + c.c. \quad (1)$$

Nesta expressão, esta coordenada lenta X entra como um parâmetro nas funções de forma $\hat{\mathbf{q}}$ e α , número de onda da direção longitudinal. Substituindo esta decomposição nas equações de Navier-Stokes linearizadas, obtemos uma série de problemas de autovalor 2D

para a instabilidade local dos perfis de velocidade transversais

$$\mathcal{L}(\bar{\mathbf{q}}(y, z; X), \alpha)\hat{\mathbf{q}} = -i\omega\mathcal{R}\hat{\mathbf{q}}. \quad (2)$$

O operador linear \mathcal{L} depende unicamente do campo de velocidade no plano transversal X , e as autofunções $\hat{\mathbf{q}}$ são 2D. Através da solução do problema de autovalor (2), uma relação de dispersão é construída que descreve o comportamento das ondas de instabilidade

$$\mathcal{D}(\alpha, \omega, X) = 0, \quad \text{com } \alpha, \omega \in \mathbb{C}. \quad (3)$$

Assim, podemos estudar as propriedades da instabilidade em cada seção X , e depois unilas utilizando aproximações multiescalas ou WKB. Esta metodologia pode ser aplicada ao escoamento base com fortes variações em uma ou duas direções transversais à direção do escoamento para o estudo da existência de oscilações globais autosustentadas, sincronizadas ao longo da direção X , baseado na existência de regiões instabilidade absoluta.

A análise segue no sentido de estudar a natureza absoluta ou convectiva das ondas de instabilidade em cada X . Ondas absolutamente instáveis são aquelas que crescem em amplitude, enquanto elas propagam à montante do seu ponto de introdução; ondas convectivamente instáveis são aquelas que crescem em amplitude ao ser convectadas à jusante, mas uma redução na amplitude de um observador fixo no ponto de introdução. O comportamento é determinado pela frequência absoluta $\omega_0(X)$, definida como a frequência complexa correspondente as ondas com velocidade de grupo zero:

$$\omega_0(X) = \left\{ \omega \in \mathbb{C} \mid v_g = \frac{\partial \omega}{\partial \alpha}(\omega_0, X) = 0 \right\}. \quad (4)$$

A parte imaginária da frequência absoluta, $\omega_{0,i}$, determina se o crescimento temporal existe para ondas no raio $x/t = 0$. Se $\omega_{0,i} > 0$, a perturbação imposta em um certo local de X crescerá em amplitude no mesmo local e que o escoamento é absolutamente instável nesse local. Se $\omega_{0,i} < 0$, a perturbação em X decrescerá no tempo, e em seguida, as ondas de perturbação podem ser convectivamente instáveis se sua amplitude cresce à medida que se propagam à jusante, ou estável se a amplitude decai em todos os lugares. A condição do ponto de sela também implica que a frequência global é o ponto no plano complexo de ω onde dois ramos da solução de α , α^+ e α^- se cruzam.

Oscilações globalmente sincronizadas podem existir se o escoamento base $\bar{\mathbf{q}}$ é absolutamente instável sobre uma região grande suficiente suporta; então o mecanismo de feed-back entre as ondas de instabilidade propagando à montante e à jusante dão origem as oscilações autosustentadas. A frequência complexa de tal oscilador, conhecida como frequência global ω_g , é dado por um ponto de sela ω_0 no plano complexo X [5]. A coordenada complexa X onde a condição do ponto de sela é verificada é conhecida como *wavemaker* X_s , i.e, o local espacial, ou a seção espacial, onde o feed-back produz as oscilações globais dominantes:

$$X_s = \left\{ X \in \mathbb{C} \mid \frac{\partial \omega_0}{\partial X}(X_s) = 0 \right\}. \quad (5)$$

A frequência do oscilador global é então definida como $\omega_g = \omega_0(X_s) \in \mathbb{C}$. Se $\omega_{g,i} > 0$ a amplitude das oscilações globais crescerão exponencialmente com o tempo até que os

efeitos não lineares apareçam, ou se tornem importantes, e o escoamento $\bar{\mathbf{q}}$ em consideração será instável. Caso contrário, se $\omega_{g,i} < 0$, as oscilações globais são temporariamente amortecidas e os escoamento bifurcado permanecerá estável. Uma vez que a frequência de oscilação global é determinada, a forma espacial das perturbações pode ser recuperada a partir da aproximação WKB:

$$\mathbf{q}'(x, y, z, t) = A(X)\hat{\mathbf{q}}^\pm(y, z; X) \exp\left(i \int_0^x \alpha^\pm(X')dx' - i\omega_g t\right) + c.c. \quad (6)$$

Em uma primeira aproximação, $A(X)$ é constante. \hat{q}^\pm and α^\pm correspondem, respectivamente, as autofunções e números de ondas correspondentes aos ramos contínuos dos autovalores da instabilidade local à montante e à jusante do local do wavemaker.

A alternativa à esta metodologia é o cálculo de modos próprios tridimensionais, onde a única hipótese é que o escoamento $\bar{\mathbf{q}}$ seja independente do tempo, e na sequência da sua dimensionalidade chegamos ao problema autovalor

$$\mathcal{L}(\bar{\mathbf{q}}(x, y, z))\hat{\mathbf{q}} = -i\omega\mathcal{R}\hat{\mathbf{q}}, \quad (7)$$

onde agora as autofunções $\hat{\mathbf{q}}(x, y, z)$ e os operadores lineares \mathcal{L} e \mathcal{R} dependem de uma forma acoplada das três direções espaciais. Esta formulação é muito mais simples, porém a resolução numérica desta formulação para este problema de autovalor 3D requer recursos computacionais maiores em uma ordem de grandeza que a metodologia proposta.

Para os cálculos apresentados aqui, empregamos um novo código de estabilidade baseado em [3,4] e utiliza método das diferenças finitas de sexta ordem para a discretização espacial dos operadores bidimensionais \mathcal{L} e \mathcal{R} definidos pelos problemas de autovalor (2, 7). Transformações analíticas foram usadas para acumular pontos nas regiões de fortes gradientes. Os problemas de autovalor depois de discretizados são resolvidos usando uma implementação *shift-and-invert* do algoritmo de Arnoldi. Iterações do subespaço de Krylov permitem o cálculo eficiente de uma janela grande e arbitrária do espectro à uma pequena fração do custo de outras alternativas tais como o algoritmo QZ. Os operadores matriciais são formados, armazenados e operados em formato esparsos. Rotinas *in-house* foram usadas para operações matriz-vetor e matriz-matriz, enquanto a decomposição LU e a solução do sistema linear foram realizadas usando um solver multifrontal MUMPS [2]. A ordenação dos elementos da matriz através da biblioteca METIS. A utilização de álgebra esparsa reduz drasticamente os recursos necessários para a solução em comparação com cálculos equivalentes usando álgebra densa.

Para o cálculo do oscilador tridimensional por meio da nova abordagem proposta neste trabalho, uma resolução de apenas $N_y \times N_z = 81 \times 41$ do problema de autovalor bidimensional (2) foi necessário para uma convergência razoável dos resultados, e a solução de cada um destes problemas levaram um tempo inferior a um minuto. Problemas de autovalor tridimensionais da classe de (7) foram resolvidos utilizando uma resolução de $N_x \times N_y \times N_z = 221 \times 51 \times 21$ pontos, e empregou-se um tempo computacional aproximado de 10 horas e 200Gb de memória para computar 2000 autovalores mais relevantes.

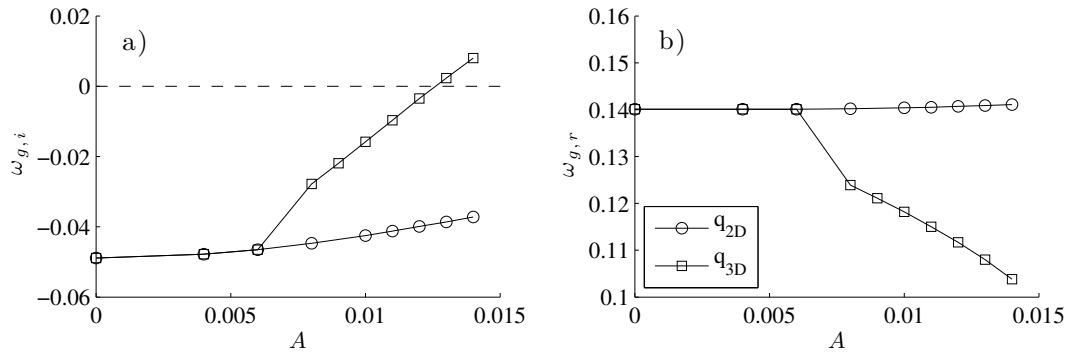


Figura 1: Componentes da frequência do oscilador global; (a) parte imaginária (b) parte real, computados pela média das velocidades na direção transversal (\bar{q}_{2D}) e os escoamentos bifurcados 3D (\bar{q}_{3D}).

3 Resultados

Os escoamentos bifurcados, \bar{q}_{2D} e \bar{q}_{3D} , estáveis, recuperados pela expansão fracamente não-linear apresentados em [7] serão considerados como escoamentos base para análise do impacto da tridimensionalidade sobre a instabilidade do escoamento. A figura 1 mostra a evolução da frequência global complexa ω_g e a localização do wavemaker X_s correspondente ao oscilador global dominante encontrado como função de A , a amplitude da bifurcação. Em linha com as análises para o escoamento base inicial q_0 de [8], $Im[\omega_g] < 0$ para valores pequenos de A , implicando em um decaimento temporal do modo de oscilação global. Os resultados para os escoamentos \bar{q}_{2D} e \bar{q}_{3D} são muito similares para as amplitudes entre $A = 0.006$ e $A = 0.008$.

Diferenças substanciais aparecem entre a frequência global e a localização do wavemaker para os escoamentos transversal médio e 3D com A : a parte imaginária de ω_g aproxima-se de zero rapidamente e a frequência das oscilações decaem para \bar{q}_{3D} , enquanto variações muito pequenas são observadas para \bar{q}_{2D} . Além disso, o wavemaker para \bar{q}_{3D} é deslocado à jusante a partir da coordenada aproximada x correspondente à maior espessura de deslocamento do escoamento transversal médio em direção ao local onde o pico da velocidade transversal é alcançado. Esta diferença nas características do oscilador global entre os escoamentos transversal médio e o 3D é motivado pela mudança no modo dominante encontrado nas seções transversais para $A > 0.006$: os gradientes de velocidade transversal no escoamento bifurcado 3D originam instabilidades inflexionais adicionais, efeito no quais se tornam dominantes nesta amplitude. Uma análise refinada será necessária para determinar com precisão a amplitude à qual a mudança do local do modo próprio dominante ocorre.

Nas condições críticas, o modo global 3D torna-se temporalmente amplificado e existe um oscilador global autosustentado, o pico do escoamento reverso e a velocidade transversal obtidos em algumas seções transversais dentro da bolha 3D estável excede respectivamente 18% e 3% da velocidade do escoamento livre. Note que este valor de $u_{3D,rev}$ da

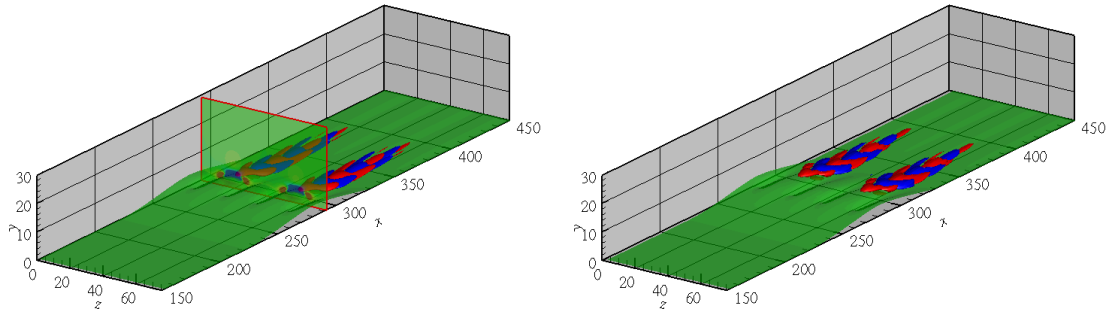


Figura 2: Perturbações na direção longitudinal correspondente aos modos globais 3D do escoamento bifurcado $\bar{\mathbf{q}}_{3D}$ para $A = 0.014$. (a) Oscilador global obtido pelo método WKB baseado em planos transversais ($\omega_g = 0.1039 + i0.0078$). (b) Modo 3D mais instável ($\omega = 0.108 + i0.0075$). Verde: $\bar{u}_{3D} = 0$. Azul/Vermelho: $\hat{u} = \pm 0.1|\hat{u}|_{max}$.

instabilidade global está de acordo com $u_{rev} = 15\%$, que é o limite dado na literatura mas para a instabilidade absoluta em perfis separados bidimensionais delimitados pela parede.

A figura 2(a) mostra a componente \hat{u} do campo de velocidade, calculado pela equação (6), correspondente ao oscilador global para $A = 0.014$, caracterizado por $\omega_g = 0.1039 + i0.0078$. O plano da seção transversal próximo ao wavemaker X_s é também mostrado, juntamente com os contornos de velocidade longitudinal. Flutuações associadas à instabilidade secundária são altamente localizadas; o pico das flutuações no plano wavemaker aparecem nesses locais transversais onde o pico do escoamento reverso é maior, e estendem lateralmente nas regiões onde existem gradientes de velocidade transversal mais fortes em $\bar{\mathbf{q}}_{3D}$. Estas flutuações se propagam à jusante enquanto crescem em amplitude até aproximadamente o local de recolamento da camada de mistura separada, onde os picos de velocidades das perturbações são atingidos e são gradualmente amortecidas posteriormente. Nota-se que o modo do oscilador global é linear: a amplificação temporal destas amplificações poderá dar origem a novas interações não-lineares que vai distorcer a sua estrutura espacial de uma forma que não está previsto nos presentes cálculos e que podem diferir muito da figura 2(a). Com objetivo de validar os resultados obtidos pela metodologia fracamente não-paralela, uma análise de autovalor tridimensional (7) para alguns escoamentos base ($\bar{\mathbf{q}}_{3D}$) foi realizado. O modo mais instável encontrado entre os principais modos próprios que correspondem à frequência complexa $\omega = 0.105 + i0.0075$, e o seu campo de velocidade longitudinal correspondente é mostrado na figura 2(b). Uma excelente comparação visual entre as funções próprias e uma diferença relativamente pequena entre as frequências complexas, abaixo de 1%, indicam que as duas metodologias recuperaram com precisão a mesma instabilidade secundária.

4 Conclusões

Os resultados demonstraram que a as bolhas de separação tridimensional originadas pelas instabilidade primária, centrífuga, pode sustentar a instabilidade secundária autosus-

tentada que se origina de oscilações do escoamento de outra forma do escoamento estável. O pico do escoamento reverso alcançado dentro da bolha de separação nas condições críticas da instabilidade secundária encontrado é $u_{rev,3D} \approx 18\%$, que está de acordo com resultados da literatura para a instabilidade absoluta para bolhas de separação bidimensional [1,6]. Por outro lado, a estrutura espacial das flutuações de velocidade sugere que este modo pode estar relacionado com a origem das estruturas transitórias observadas na literatura [1]. As análises apresentadas aqui demonstraram que o oscilador global não pode ser recuperado a partir de um escoamento médio base da direção transversal para as bolhas de separação não forçadas em que o comportamento amplificador não foi manifestado. Conclui-se que a tridimensionalidade da bolha de separação originada pela instabilidade primária desempenha um papel fundamental na origem da instabilidade autosustentada das bolhas de separação na ausência de excitações externas.

Agradecimentos

Os autores agradecem a Fapesp 2014/24782-0 pelo auxílio financeiro.

Referências

- [1] M. Alam and N. D. Sandham. Direct numerical simulations of “short” laminar separation bubbles with turbulent reattachment. *J. Fluid Mech.*, 410:1–28, 2000.
- [2] P. R. Amestoy, I. S. Duff, J.Y. L’Excellent, and J. Koster. A fully asynchronous multifrontal solver using distributed dynamic scheduling. *SIAM J. Matrix Anal. Appl.*, 23(1):15–41, 2001.
- [3] E. M. Gennaro. *Análise da estabilidade global de escoamentos compressíveis*. PhD thesis, Universidade de São Paulo, 2012.
- [4] E. M. Gennaro, D. Rodríguez, V Theofilis, and M. A. F. Medeiros. Sparse techniques in global flow instability with application to compressible leading-edge flow. *AIAA Journal*, 51(9):2295 – 2303, 2013.
- [5] P. Huerre and P.A. Monkewitz. Local and global instabilities in spatially developing flows. *Ann. Rev. of Fluid Mechanics*, 22:473–537, 1990.
- [6] U. Rist and U. Maucher. Investigations of time-growing instabilities in laminar separation bubbles. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 21(5):495 – 509, 2002.
- [7] D. Rodríguez and E. M. Gennaro. On the secondary instability of forced and unforced laminar separation bubbles. *Procedia IUTAM*, 14:78 –87, 2014.
- [8] D. Rodríguez, E. M. Gennaro, and M. P. Juniper. The two classes of primary modal instability in laminar separation bubbles. *J. Fluid Mech.*, 734:R4, 2013.