Trabalho apresentado no XL CNMAC, Evento Virtual - Co-organizado pela Universidade do Mato Grosso do Sul (UFMS).

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

## Codificação caótica de imagens

Eugênio G. Sabatini<sup>1</sup> Marcio Eisencraft<sup>2</sup> Magno T. M. Silva<sup>3</sup> Escola Politécnica da USP, São Paulo, SP

Sinais caóticos são determinísticos, aperiódicos e possuem dependência sensível às condições iniciais [2]. Assim, eles podem ser utilizados em aplicações em que se deseja dificultar a detecção de uma mensagem [7]. Neste artigo, é feita a codificação de uma imagem utilizando o sistema proposto em [4] com o objetivo de testar o quão escondida está a imagem no sinal codificado. Esse sistema garante que a imagem original pode ser sempre recuperada. A codificação é feita por meio da função  $c^{(1)}$ , que consiste em uma combinação convexa entre o sinal caótico x(n) e os pixels m(n) da imagem, em que o parâmetro da combinação é dado por  $\gamma \in [0;1]$ , isto é,  $c^{(1)} = (1 - \gamma)x(n) + \gamma m(n)$ . Quanto menor o valor de  $\gamma$ , maior a influência do sinal caótico na imagem [1]. Além disso, utiliza-se a função  $c^{(2)}$  que consiste no produto entre os pixels da imagem e o sinal caótico [1].

Nas simulações utilizam-se três mapas como geradores de sinais caóticos (GSC): o mapa quadrático de [3], o mapa de Hénon [5] e a extensão 3D do mapa de Hénon de [4]. Para comparar a imagem codificada com a imagem original, utiliza-se o erro quadrático médio percentual (%MSE)  $\in$  [0; 100] [6, Eq.(25)], sendo que para duas imagens idênticas, %MSE = 0. Na Figura 1 são apresentados os valores de %MSE calculados para a imagem apresentada na Figura 2a, codificada utilizando  $c^{(1)}$  e  $c^{(2)}$  para cada um dos três mapas em função de  $\gamma$  de  $c^{(1)}$ .



Figura 1: Valores de %MSE em função do parâmetro  $\gamma$  de  $c^{(1)}$ .

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>eugenio.sabatini@usp.br; Bolsista CNPq (119671/2019-0)

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>marcioft@usp.br; CNPq (311039/2019-7) e CAPES (código de Financiamento 001)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>magno.silva@usp.br; FAPESP (2017/20378-9) e CNPq (304715/2017-4)

2

A partir da Figura 1, pode-se perceber que para a codificação  $c^{(1)}$  e  $\gamma < 0,5$  é possível obter valores elevados (> 90) de %MSE para os três mapas e a imagem original está pouco visível na imagem codificada. Em contrapartida, para  $\gamma > 0,6$  nos mapas quadrático e de Hénon, e para  $\gamma > 0,75$  no mapa de Hénon 3D, %MSE  $\approx 0$  e a imagem original fica aparente na imagem codificada. Além disso, para  $\gamma < 0,35$  não há valor de %MSE para o mapa de Hénon 3D devido à sua divergência [1].

Na Figura 2, são apresentados exemplos de codificação da imagem apresentada na Figura 2a, utilizando  $c^{(1)}$  com  $\gamma = \{0,1;0,4;0,6\}, c^{(2)}$  e o mapa quadrático como GSC. Quando se utiliza  $c^{(1)}$  com  $\gamma = 0,1$  ou  $c^{(2)}$ , a imagem original fica escondida na imagem codificada. No entanto, quando se utiliza  $c^{(1)}$  com  $\gamma = 0,4$ , aspectos da imagem original são encontrados na imagem codificada. Por fim, para  $\gamma = 0,6$ , em que a imagem codificada é similar à imagem original.



Figura 2: (a) Imagem original, (b) imagem codificada utilizando  $c^{(1)}$  com  $\gamma = 0,1$ , (c) imagem codificada utilizando  $c^{(1)}$  com  $\gamma = 0,4$ , (d) imagem codificada utilizando  $c^{(1)}$  com  $\gamma = 0,6$  e (e) imagem codificada utilizando  $c^{(2)}$ .

Com os resultados obtidos, pode-se concluir que é possível realizar a codificação de uma imagem utilizando o sistema de [4], que permite a recuperação perfeita da imagem original. Considerando a codificação  $c^{(1)}$  com uma escolha adequada do parâmetro  $\gamma$ , pode ser difícil detectar a imagem a partir da imagem codificada. Considerando a codificação  $c^{(2)}$ , o mapa quadrático e o mapa de Hénon 3D são os mais eficazes em esconder a mensagem, com %MSE  $\approx 100$ .

## Referências

- Abib, G. A. Desempenho em canal com ruído de um sistema de comunicação baseado em caos, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do ABC, 2013.
- [2] Alligood, K. T., Sauer, T.D. and Yorke, J. A. Chaos: An Introduction to Dynamical Systems. In Textbooks in Mathematical Sciences. Springer-Verlag New York, 1996. ISSN: 1431-9381.
- [3] Eisencraft, M. and Baccalá, L. A. The Cramer-Rao bound for initial conditions estimation of chaotic orbits, *Chaos, Solitons & Fractals*, 38:132-139, 2008. DOI:10.1016/j.chaos.2006.10.067.
- [4] Eisencraft, M., Fanganiello, R. D. and Baccalá, L. A. Synchronization of discrete-time chaotic systems in bandlimited channels, *Mathematical Problems in Engineering*, 2009:1-12, 2009. DOI:10.1155/2009/207971.
- [5] Hénon, M. A two-dimensional mapping with a strange attractor, Communications in Mathematical Physics, 50:69-77, 1976. DOI:10.1007/BF01608556.
- [6] Kundur, D. and Hatzinakos, D. Blind image deconvolution, *IEEE Signal Processing Magazine*, 13:43-64, 1996. DOI:10.1109/79.489268.
- [7] Tam, W. M., Lau, F. C. M. and Tse, C. K. Digital Communications with Chaos. Elsevier Science, 2010.