

Intervalos entre números primos consecutivos

Deyse L. da S. Feitosa¹
Maria L. S. de Oliveira²
Arthur C. Almeida³
UFPA/FACMAT, Castanhal, PA

Computadores hoje são usados em quase todas as áreas de pesquisa da Matemática, mesmo naquelas consideradas mais teóricas, como a Teoria dos Números. Nessas áreas, o computador ajuda com cálculos numéricos, fazendo estatísticas, descobrindo tendências que podem levar a novas conjecturas ou novos teoremas. Isso é particularmente verdadeiro nas pesquisas que envolvem a distribuição dos números primos. Os números primos fascinam os matemáticos desde os tempos de Pitágoras, ou até mesmo antes. Nos Elementos, de Euclides, aparece um de seus resultados mais interessantes sobre os números primos, a saber, que existe uma quantidade infinita deles. Dentre os muitos resultados conhecidos sobre a distribuição deles, a sequência dos primos consecutivos, tais como os primos gêmeos, parece estar entre os mais estudados e populares.

Neste trabalho, usando computador, vamos estudar um pouco sobre os intervalos que existem entre números primos consecutivos, isto é, números primos tais que $p_{n+1} - p_n = 2k$, cujo exemplo mais popular é a sequência dos primos gêmeos, primos consecutivos tais que $p_{n+1} - p_n = 2$ como 3 e 5 ou 11 e 13.

Para fazer esse estudo foi desenvolvido um programa na linguagem R [1]. Os resultados mostrados não são inéditos, são até bastante conhecidos na literatura, e estão disponíveis principalmente em [2–4], mas o objetivo do trabalho também é mostrar que esses resultados podem ser reproduzidos por estudantes em seus computadores e comparados, o que também significa fazer ciência. Como não é possível estudar em computador todos os números primos de uma vez, vamos nos limitar aos primos existentes até 10^9 , ou 1 bilhão. Esse programa gera os primos até 1 bilhão, identifica e conta os diferentes intervalos encontrados entre primos consecutivos e guarda o número primo onde inicia, além de fazer várias análises com os dados dessa sequência.

Com esses resultados serão respondidas algumas perguntas como, por exemplo: Quantos primos existem até 1 bilhão? O programa contabilizou 50847834 primos nessa faixa, pouco mais de 50 milhões, sendo 2 o primeiro e 999 999 937 o último antes do bilhão. Como se distribuem os intervalos entre os primos consecutivos? Chama-se de intervalo maximal entre primos consecutivos um intervalo maior que os intervalos anteriores que já apareceram na sequência. Como se sabe, pelo Teorema dos Números Primos, foi verificado também que os primos vão ficando mais raros à medida que a sequência avança no conjunto dos Naturais. Como se distribuem os intervalos entre os primos consecutivos? Na amostra estudada, verificou-se que o menor intervalo é 1, entre 2 e 3 e o maior tem tamanho 282, iniciando no primo 436273009.

A Tabela 1 mostra os primeiros dez intervalos maximais entre primos consecutivos e os números primos onde eles aparecem pela primeira vez. Um resultado observado também foi que entre 450 milhões e 1 bilhão não ocorre nenhum intervalo novo, diferente dos já encontrados entre os primos anteriores.

¹feitosadeyse86@gmail.com.

²luelysantos1206@gmail.com.

³arthur@ufpa.br.

Tabela 1: Primeiros dez intervalos maximais e onde eles iniciam

Intervalo	1	2	4	6	8	14	18	20	22	34
Inicia	2	3	7	23	89	113	523	887	1129	1327

Observando-se a Figura 1 verifica-se que o intervalo mais frequente é o de comprimento 6, os "sextos", representando cerca de 12% da amostra até 1 bilhão. Os primos gêmeos representam uns 6%, com um total de 3424506 primos. Isto nos permite supor que a sequência $p_{n+1} = p_n + 6$, iniciando no 23, é a que mais possui números primos entre seus termos. Qual o motivo dessa preferência pelo intervalo 6? A partir destes dados estatísticos, se algum dia for demonstrado que existem infinitos pares de primos gêmeos, com mais razão ainda existirá uma quantidade infinita de primos sextos, isto é, tais que $p_{n+1} - p_n = 6$.

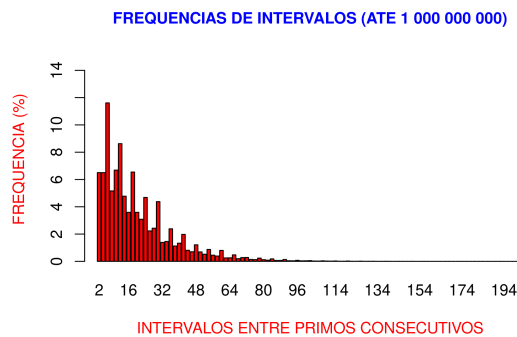


Figura 1: Intervalos entre Primos Consecutivos

Agradecimentos

Agradecemos à PROEX, Pró-Reitoria de Extensão da UFPA, pelo auxílio financeiro recebido.

Referências

- [1] R Core Team. R: A language and environment for statistical computing. *R Foundation for Statistical Computing*. 2012, URL <https://www.R-project.org/>.
- [2] Ribenboim, P;. *Números Primos: mistérios e recordes*. Ed. IMPA. RJ, 2001.
- [3] Santos, J. P;. *Introdução à Teoria dos Números*. Ed. IMPA. RJ, 2018.
- [4] Wikipedia. *Intervalo entre primos*. url:wikipedia.pt.m.org, acessado em 14/11/2019