Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 5, N. 1, 2017.

Trabalho apresentado no CNMAC, Gramado - RS, 2016.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Análise de Coexistência na Interação Generalizada de Sistemas Hospedeiro-Parasita-Patógeno com *Switching*

Mariana Uzeda Cildoz[1]
Departamento Acadêmico de Matemática, UTFPR, Medianeira, PR
Sonia Palomino[2]
Departamento de Matemática, UFSC, Florianópolis, SC

1 Introdução

Anteriormente em [2], foram apresentadas análises numéricas que apontam que uma função *switching* inserida em uma interação hospedeira-parasita-patógena acelera o processo de coexistência das espécies. Em continuidade a dita abordagem, com o objetivo de estudar o caso generalizado para 2 hospedeiros e 3 parasitas, além de incluir os efeitos da interação interespecífica entre as espécies hospedeiras, neste trabalho serão realizadas análises de coexistência na interação generalizada hospedeira-parasita-patógena formulada utilizando modelos de Lotka-Volterra, funções de tipo Ivlet e funções de Tansky [1, 2].

2 Modelagem Matemática

A partir de [1,2] obtemos o seguinte modelo adimensionalizado da interação hospedeira-parasita-patógena com *switching*, para $m_1 = 2$ hospedeiros e $m_2 = 3$ parasitas,

$$
\begin{aligned}
\dot{h}_{u_1} &= h_{u_1}(1 - H_1 - \lambda_1 H_2) - s_1^{u_1} P_1 \frac{h_{u_1}}{H_1}(1 - e^{-\rho_1 H_1}) \frac{h_{u_1}^n}{h_{u_1}^n + h_{i_1}^n} - s_2^{u_1} P_2 \frac{h_{u_1}}{H_1}(1 - e^{-\rho_2 H_1}) \frac{h_{u_1}^n}{h_{u_1}^n + h_{i_1}^n} - \\
&\quad - s_3^{u_1} P_3 \frac{h_{u_1}}{H_1}(1 - e^{-\rho_3 H_1}) \frac{h_{u_1}^n}{h_{u_1}^n + h_{i_1}^n} - \nu_1 h_{u_1} h_{i_1} \\
\dot{h}_{i_1} &= h_{i_1}(1 - H_1 - \lambda_1 H_2) - s_1^{i_1} P_1 \frac{h_{i_1}}{H_1}(1 - e^{-\rho_1 H_1}) \frac{h_{i_1}^n}{h_{u_1}^n + h_{i_1}^n} - s_2^{i_1} P_2 \frac{h_{i_1}}{H_1}(1 - e^{-\rho_2 H_1}) \frac{h_{i_1}^n}{h_{u_1}^n + h_{i_1}^n} - \\
&\quad - s_3^{i_1} P_3 \frac{h_{i_1}}{H_1}(1 - e^{-\rho_3 H_1}) \frac{h_{i_1}^n}{h_{u_1}^n + h_{i_1}^n} + \nu_1 h_{u_1} h_{i_1} - \gamma_1 h_{i_1} \\
\dot{h}_{u_2} &= h_{u_2}(1 - H_2 - \lambda_2 H_1) - s_1^{u_2} P_1 \frac{h_{u_2}}{H_2}(1 - e^{-\sigma_1 H_2}) \frac{h_{u_2}^n}{h_{u_2}^n + h_{i_2}^n} - s_2^{u_2} P_2 \frac{h_{u_2}}{H_2}(1 - e^{-\sigma_2 H_2}) \frac{h_{u_2}^n}{h_{u_2}^n + h_{i_2}^n} - \\
&\quad - s_3^{u_2} P_3 \frac{h_{u_2}}{H_2}(1 - e^{-\sigma_3 H_2}) \frac{h_{u_2}^n}{h_{u_2}^n + h_{i_2}^n} - \nu_2 h_{u_2} h_{i_2} \\
\dot{h}_{i_2} &= h_{i_2}(1 - H_2 - \lambda_2 H_1) - s_1^{i_2} P_1 \frac{h_{i_2}}{H_2}(1 - e^{-\sigma_1 H_2}) \frac{h_{i_2}^n}{h_{u_2}^n + h_{i_2}^n} - s_2^{i_2} P_2 \frac{h_{i_2}}{H_2}(1 - e^{-\sigma_2 H_2}) \frac{h_{i_2}^n}{h_{u_2}^n + h_{i_2}^n} -
\end{aligned}
$$

[1]cildoz@utfpr.edu.br
[2]sonia.palomino@ufsc.br

$$
\begin{aligned}
& -s_3^{i_2} P_3 \frac{h_{i_2}}{H_2}(1-e^{-\sigma_3 H_2})\frac{h_{i_2}^n}{h_{u_2}^n+h_{i_2}^n} + \nu_2 h_{u_2} h_{i_2} - \gamma_2 h_{i_2} \\
\dot{P}_1 \;\; = \;\; & c_1^{u_1} P_1 \frac{h_{u_1}}{H_1}(1-e^{-\rho_1 H_1})\frac{h_{u_1}^n}{h_{u_1}^n+h_{i_1}^n} + c_1^{i_1} P_2 \frac{h_{u_1}}{H_1}(1-e^{-\rho_2 H_1})\frac{h_{i_1}^n}{h_{u_1}^n+h_{i_1}^n} + \\
& + c_1^{u_2} P_1 \frac{h_{u_2}}{H_2}(1-e^{-\sigma_1 H_2})\frac{h_{u_2}^n}{h_{u_2}^n+h_{i_2}^n} + c_1^{i_2} P_1 \frac{h_{i_2}}{H_2}(1-e^{-\sigma_1 H_2})\frac{h_{i_2}^n}{h_{u_2}^n+h_{i_2}^n} - \mu_1 P_1 \\
\dot{P}_2 \;\; = \;\; & c_2^{u_1} P_2 \frac{h_{u_1}}{H_1}(1-e^{-\rho_2 H_1})\frac{h_{u_1}^n}{h_{u_1}^n+h_{i_1}^n} + c_2^{i_1} P_2 \frac{h_{i_1}}{H_1}(1-e^{-\rho_2 H_1})\frac{h_{i_1}^n}{h_{u_1}^n+h_{i_1}^n} + \\
& + c_2^{u_2} P_2 \frac{h_{u_2}}{H_2}(1-e^{-\sigma_2 H_2})\frac{h_{u_2}^n}{h_{u_2}^n+h_{i_2}^n} + c_2^{i_2} P_2 \frac{h_{i_2}}{H_2}(1-e^{-\sigma_2 H_2})\frac{h_{i_2}^n}{h_{u_2}^n+h_{i_2}^n} - \mu_2 P_2 \\
\dot{P}_3 \;\; = \;\; & c_3^{u_1} P_3 \frac{h_{u_1}}{H_1}(1-e^{-\rho_3 H_1})\frac{h_{u_1}^n}{h_{u_1}^n+h_{i_1}^n} + c_3^{i_1} P_3 \frac{h_{i_1}}{H_1}(1-e^{-\rho_3 H_1})\frac{h_{i_1}^n}{h_{u_1}^n+h_{i_1}^n} + \\
& + c_3^{u_2} P_3 \frac{h_{u_2}}{H_2}(1-e^{-\sigma_3 H_2})\frac{h_{u_2}^n}{h_{u_2}^n+h_{i_2}^n} + c_3^{i_2} P_3 \frac{h_{i_2}}{H_2}(1-e^{-\sigma_3 H_2})\frac{h_{i_2}^n}{h_{u_2}^n+h_{i_2}^n} - \mu_3 P_3, \qquad (1)
\end{aligned}
$$

onde $\alpha_j^{u_1}$, $\alpha_j^{u_2}$, $\alpha_j^{i_1}$, $\alpha_j^{i_2}$ com $j = 1, 2, 3$, são as taxas intrínsecas de parasitação do j-ésimo parasita aos hospedeiros não-infestados h_{u_1}, h_{u_2} e infestados h_{i_1}, h_{i_2}; $s_j^{u_1} = \alpha_j^{u_1}/r_1$, $s_j^{u_2} = \alpha_j^{u_2}/r_2$, $s_j^{i_1} = \alpha_j^{i_1}/r_1$ e $s_j^{i_2} = \alpha_j^{i_2}/r_2$, em que r_1 e r_2 são as taxas intrínsecas de crescimento populacional dos hospedeiros $H_1 = h_{u_1} + h_{i_1}$ e $H_2 = h_{u_2} + h_{i_2}$; $\rho_j = a_j K_1$ e $\sigma_j = a_j K_2$, em que a_j é um parâmetro relativo à eficiência de paratisação e K_1, K_2 são as capacidades de suporte dos hospedeiros H_1 e H_2 respectivamente; $\nu_1 = K_1\beta_1/r_1$, $\nu_2 = K_2\beta_2/r_2$, em que β_1, β_2 são coeficientes relativos aos termos de transmissão da infecção entre os hospedeiros; $c_j^u = (b_j^u \alpha_j^u/r)$ e $c_j^i = (b_j^i \alpha_j^i/r)$, onde cada hospedeiro dá origem a b_j^u e b_j^i parasitas a mais do que as anteriores gerações; $\mu_j = d_j/r$, onde d_j é a taxa de mortalidade do j-ésimo parasita; γ_1 e γ_2 são as a taxas de mortalidade dos hospedeiros infestados; e λ_1 e λ_2 são os coeficientes de competição interespecífica entre os hospedeiros.

3 Conclusões

As análises propostas visam estabelecer as condições de estabilidade do sistema apresentado, e assim considerar os casos de coexistência ou não coexistência das espécies.

Referências

[1] S. Palomino-Bean, A.C.S. Vilcarromero, J.F.R. Fernandes e O. Bonato. Co-existência de espécies em sistemas presa-predador com *switching*, *TEMA Tend. Mat. Apl. Comput.*, 7:317–326, 2006.

[2] M. Uzeda-Cildoz e S. Palomino. Análise de estabilidade em interações de tipo hospedeiro-parasita: o caso generalizado, *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, volume 3, 2015.