

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

Modelo para a interação entre a lagarta-da-soja *Anticarsia gemmatalis* e o fungo entomopatogênico *Metarhizium rileyi*

Silvia Barcelos Machado<sup>1</sup>

Programa de Pós-Graduação em Matemática, UFSM, Santa Maria, RS

Diomar Cristina Mistro<sup>2</sup>

Departamento de Matemática, UFSM, Santa Maria, RS

## 1 Introdução

O controle biológico na agricultura consiste na regulação populacional, utilizando-se organismos naturais ou geneticamente modificados para reduzir os efeitos de espécies que estejam causando danos a lavouras. Esta estratégia, associada a outras alternativas do Manejo Integrado de Pragas, é de grande relevância para a otimização de produções agrícolas e para a preservação de recursos naturais [2]. Neste trabalho propomos um modelo discreto que descreve a dinâmica de interação entre a lagarta-da-soja *Anticarsia gemmatalis*, uma praga que reduz a área foliar da soja, e o fungo entomopatogênico *Metarhizium rileyi*, um inimigo natural capaz de dizimar populações de lagartas.

## 2 Formulação e análise do modelo

Para a formulação do modelo, consideramos as seguintes hipóteses:

- A densidade de lagartas divide-se em lagartas suscetíveis e lagartas infectadas.
- Em cada geração, uma fração de lagartas suscetíveis escapa do contágio e cresce segundo o modelo de Beverton-Holt.
- A densidade de lagartas infectadas corresponde à fração que não escapou do contágio;
- A densidade de esporos do fungo é proporcional à densidade de lagartas infectadas acrescida da densidade de esporos que não esporularam na geração anterior.

Assim, o modelo adimensional é dado pelo sistema:

$$\begin{cases} s_{t+1} = \frac{r s_t}{1 + (1 - \delta) f_t + s_t}, & 0 < \delta < 1, \\ i_{t+1} = \frac{\alpha (1 - \delta) s_t f_t}{1 + (1 - \delta) f_t}, & \alpha > 0, \\ f_{t+1} = i_t + \gamma \delta f_t, & 0 < \gamma < 1, \end{cases} \quad (1)$$

<sup>1</sup>sbmmtm@gmail.com

<sup>2</sup>dcmistro@gmail.com

onde  $r$  é a taxa de crescimento das lagartas suscetíveis,  $(1 - \delta)$  representa a fração de inóculos que esporularam,  $\alpha$  é uma combinação dos parâmetros de contágio, produção de esporos e autorregulação das lagartas e  $\gamma$  é a fração de inóculos que permanece viável de uma geração a outra.

As soluções de equilíbrio do sistema (1) são  $P_0 = (0, 0, 0)$ , que corresponde à extinção das populações;  $P_1 = (r - 1, 0, 0)$ , que corresponde ao equilíbrio livre da doença e  $P_2 = (s^*, i^*, f^*)$ , que representa o equilíbrio de coexistência das populações.

Através de métodos clássicos [1], determinamos as condições de estabilidade para cada ponto de equilíbrio. A figura 1(a) ilustra diferentes regiões no espaço de parâmetros  $r, \alpha$  (para  $\delta = 0,9$  e  $\gamma = 0,7$ , tomados de modo a representar uma situação em que há baixa incidência de fungos no meio, com alta viabilidade de contágio) em que os equilíbrios apresentam diferentes comportamentos qualitativos.

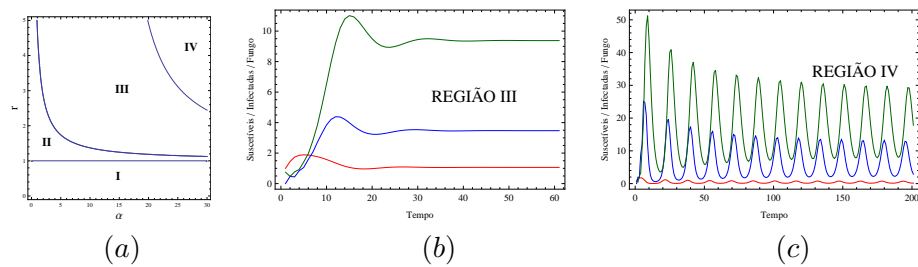


Figura 1: (a) Regiões de estabilidade. Densidades populacionais para: (b)  $r = 3,0$  e  $\alpha = 6,75$ ; (c)  $r = 3,0$  e  $\alpha = 28,0$ . As curvas em vermelho representam lagartas suscetíveis, azul representam lagartas infectadas e verde, o fungo.

O equilíbrio de extinção  $P_0$  é estável para  $r$  e  $\alpha$  na região I da fig 1(a). Para  $r$  e  $\alpha$  na região II,  $P_0$  torna-se instável, as lagartas suscetíveis crescem e os fungos vão à extinção. Isto é, o equilíbrio livre da doença  $P_1$  é estável para parâmetros na região II. O equilíbrio de coexistência é estável para  $r$  e  $\alpha$  na região III, como mostrado na figura 1(b). Para  $r$  e  $\alpha$  na região IV,  $P_2$  perde a estabilidade e as populações oscilam em um ciclo-limite, como ilustrado na 1(c).

### 3 Conclusões

Observamos que a presença do fungo pode reduzir a população de lagartas ou provocar oscilações da densidade de lagartas suscetíveis, dependendo dos parâmetros envolvidos.

### Referências

- [1] L.J.S. Allen. *An introduction to mathematical biology*. Pearson Education, New Jersey, 2007.
- [2] C.B. Hoffmann-Campo, B.S. Corrêa-Ferreira and F. Moscardi. *Soja: manejo integrado de insetos e outros artrópodes-praga*. Embrapa, Brasília, 2012.